

ESERCITAZIONE 3.5

<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
$f : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $\text{rk}(f) = 3 \Rightarrow f$ iniettiva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^6$ tale che $\text{rk}(f) = 3 \Rightarrow f$ iniettiva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $\text{rk}(f) = 3 \Rightarrow f$ surgettiva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^6$ tale che $\text{rk}(f) = 3 \Rightarrow f$ surgettiva.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A matrice 3×3 , $\Rightarrow \det(3A) = 3 \cdot \det(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A matrice 3×3 , $\Rightarrow \det(2A) = 8 \cdot \det(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A matrice 3×3 , $\Rightarrow \det(-A) = -\det(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A matrice 2×2 , $\Rightarrow \det(-A) = -\det(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A, B matrici 3×3 , $\Rightarrow \det(A + B) = \det(A) + \det(B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A, B matrici 3×3 , $\Rightarrow \det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A, B matrici 3×3 , $\Rightarrow \text{rk}(A + B) = \text{rk}(A) + \text{rk}(B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A matrice 31×31 , $n \in \mathbb{N} \Rightarrow \text{rk}(A^n) = n \cdot \text{rk}(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A matrice 3×3 , B matrice $3 \times 3 \Rightarrow A \cdot B = B \cdot A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A matrice 5×3 , B matrice $3 \times 4 \Rightarrow A \cdot B$ è una matrice 5×4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A matrice 3×2 , B matrice $2 \times 3 \Rightarrow A \cdot B$ è una matrice 3×3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A matrice 3×2 , B matrice $2 \times 3 \Rightarrow A \cdot B$ è una matrice 2×2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
A matrice 3×2 , B matrice $2 \times 3 \Rightarrow B \cdot A$ è una matrice 2×2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Esiste una matrice 2×2 A non nulla tale che $A^2 = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
v autovettore per $f \Rightarrow 2v$ è autovettore per f	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Data $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, il vettore $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ è autovettore relativo all'autovalore 4 se : $f\left(\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}\right) =$

il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ è autovettore relativo all'autovalore 5 se

- Nelle seguenti matrici l'autovalore 3 compare sempre con molteplicità algebrica 4. Determinare la molteplicità geometrica dell'autovalore 3 in ciascuno dei 4 esempi :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad A_4 = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Esercizio 1. Siano A la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ e B la matrice $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

Calcolare $A \cdot B$ e $B \cdot A$.

Esercizio 2. Siano A la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e B la matrice $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

Calcolare $A \cdot B$, $B \cdot A$ e calcolare A^2 .

Esercizio 3. Siano A la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e B la matrice $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Calcolare $A \cdot B$ e $B \cdot A$.

Esercizio 4. Siano A la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ e B la matrice $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

Calcolare $A \cdot B$ e $B \cdot A$.

Esercizio 5. Sia A la matrice $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$

- (i) Determinare, se esiste, un vettore $X \in \mathbb{R}^2$ tale che $A \cdot X$ è il vettore nullo.
- (ii) Determinare, se esiste, una matrice B non nulla tale che $A \cdot B$ è la matrice nulla.