Corso di Algebra
Ingegneria Gestionale
anno accademico 2004/2005

ESERCITAZIONE 2.3

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
3 vettori costituiscono una base per V $\Rightarrow$ sono linearmente indipendenti	☐	☐
3 vettori costituiscono una base per V $\Rightarrow$ sono generatori	☐	☐
3 vettori di $\mathbb{R}^3$ linearmente indipendenti costituiscono una base per $\mathbb{R}^3$	☐	☐
3 vettori qualsiasi di $\mathbb{R}^3$ costituiscono una base	☐	☐
$v_3 = 5v_1 + 4v_2 \quad \Rightarrow \quad \langle v_1, v_2, v_3 \rangle = \langle v_1, v_2 \rangle$	☐	☐
v_1 , v_2 sono linearmente indipendenti $\Rightarrow$ $\dim\langle v_1, v_2 \rangle = 2$	☐	☐
v_1 , v_2, v_3 sono linearmente dipendenti $\Rightarrow$ $\dim\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = 2$	☐	☐
$v_1 \neq 0_V$, $v_2 = 3 \cdot v_1$, $v_3 = 5v_1$ $\Rightarrow$ $\dim\langle v_1, v_2, v_3 \rangle = 1$	☐	☐
$W = \langle v_1, v_2, \ldots, v_n \rangle \quad \Rightarrow \quad \dim(W) \leq n$	☐	☐
$W = \langle v_1, v_2, \ldots, v_n \rangle$, $v_1, v_2, \ldots, v_n$ linearmente indipendenti $\Rightarrow$ $\dim(W) \leq n$	☐	☐
I vettori $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ sono una base per $\mathbb{R}^2$	☐	☐
I vettori $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ sono una base per $\mathbb{R}^2$	☐	☐
I vettori $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ sono un insieme di generatori per $\mathbb{R}^2$	☐	☐
La dimensione dello spazio $\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \rangle$ è $=$ 3	☐	☐
I vettori $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ sono un insieme di generatori per $\mathbb{R}^3$	☐	☐

- Dati $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$, determinare la dimensione dello spazio generato da v_1 e v_2:

- Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$, $\quad W_1 = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \ : \ 2x_1 - 3x_2 = 0 \}$, determinare una base di W_1 e una sua equazione parametrica.

- Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $\quad W_2 = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \}$, determinare una base di W_2 e una sua equazione parametrica.

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $W_3 = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ 2x_1 - 3x_2 = 0\}$, determinare una base di W_3
e una sua equazione parametrica.

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $W_4 = \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$
determinare una base di W_4 e una sua equazione parametrica.

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$, $W_5 = \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$
determinare una base di W_5.

• Dato W_6 il seguente sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$: $W_6 = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \rangle$
determinare una rappresentazione intrinseca di W_6.

• Dato W_7 il seguente sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$: $W_7 = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \rangle$
determinare una rappresentazione intrinseca di W_7.

• Dati W_8 e W_9 i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$:
$W_8 = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \rangle$, $W_9 = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0\}$,
determinare una base di $W_8 \cap W_9$.

• Dati W_{10} e W_{11} i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$: $W_{10} = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rangle$, $W_{11} = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$
determinare una base di $W_{10} \cap W_{11}$.

• Dati W_{12} e W_{13} i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^3$:
$W_{12} = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \ : \ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0\}$, $W_{13} = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$
determinare $W_{12} \cap W_{13}$.