Ingegneria Gestionale
anno accademico 2003/2004

ESERCITAZIONE 3.4

(Cognome)	(Nome)	(Numero di matricola)

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
A matrice 3×3, $\Rightarrow \det(3A) = 3 \cdot \det(A)$	☐	☐
A matrice 3×3, $\Rightarrow \det(2A) = 8 \cdot \det(A)$	☐	☐
A matrice 3×3, $\Rightarrow \det(-A) = -\det(A)$	☐	☐
A matrice 2×2, $\Rightarrow \det(-A) = -\det(A)$	☐	☐
A, B matrici 3×3, $\Rightarrow \det(A+B) = \det(A) + \det(B)$	☐	☐
A, B matrici 3×3, $\Rightarrow rk(A+B) = rk(A) + rk(B)$	☐	☐
A matrice 31×31, $\Rightarrow rk(A^n) = n \cdot rk(A)$	☐	☐
Esiste una matrice 3×3 A non nulla tale che $A^2 = 0$	☐	☐

- Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ lineare e sia A la matrice associata ad f rispetto alla base canonica. Allora :

Proposizione	Vera	Falsa
$rk(f) = 3 \Rightarrow \det(A) \neq 0$	☐	☐
$\det(A) \neq 0 \Rightarrow rk(f) = 3$	☐	☐
$rk(f) < 3 \Leftrightarrow \det(A) = 0$	☐	☐
$\det(A) \neq 0 \Rightarrow Ker(f) = \{0_V\}$	☐	☐
$\det(A) = 0 \Rightarrow Ker(f) \neq \{0_V\}$	☐	☐
$\det(A) = 0 \Rightarrow \exists\ v \in \mathbb{R}^3, v \neq 0_V$ t.c. $f(v) = 0_V$	☐	☐

- Si consideri il seguente *sistema lineare di n equazioni in n incognite*

$$A \cdot X = b$$

dove A *è una matrice $n \times n$, X il vettore delle ingognite, b il vettore termine noto* . Allora :

Proposizione	Vera	Falsa
Esiste sempre almeno una soluzione	☐	☐
Non esiste mai soluzione del sistema	☐	☐
Esiste un'unica soluzione $\Rightarrow \det(A) \neq 0$	☐	☐
$\det(A) \neq 0 \Rightarrow$ Esiste un'unica soluzione	☐	☐
$rk(A) < n \Rightarrow$ non esiste nessuna soluzione del sistema	☐	☐
$\det(A) = 0 \Rightarrow$ esistono infinite soluzioni	☐	☐
$rk(A) = rk(A\|b) < n \Rightarrow$ esistono infinite soluzioni del sistema	☐	☐

Esercizio 1. Calcolare il determinante e il rango delle seguenti matrici

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$$

Esercizio 2. Calcolare il determinante e il rango delle seguenti matrici

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3. Calcolare il determinante e il rango delle seguenti matrici

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 99 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 100 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \cdots & 100 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \cdots & 99 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \cdots & 98 \\ 0 & 0 & \cdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 4. Sia $f_t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -t & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ t & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare, al variare di $t \in \mathbb{R}$, $\dim(Ker(f_t))$ e $\dim(Im(f_t))$.