**ESERCITAZIONE 2.3**

| | | |
|---|---|---|
| (Cognome) | (Nome) | (Numero di matricola) |

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

| Proposizione | Vera | Falsa |
|---|---|---|
| 3 vettori costituiscono una base per $V$ $\Rightarrow$ sono linearmente indipendenti | ☐ | ☐ |
| 3 vettori costituiscono una base per $V$ $\Rightarrow$ sono generatori | ☐ | ☐ |
| 3 vettori di $\mathbb{R}^3$ linearmente indipendenti costituiscono una base per $\mathbb{R}^3$ | ☐ | ☐ |
| 3 vettori qualsiasi di $\mathbb{R}^3$ costituiscono una base | ☐ | ☐ |
| $v_3 = 5v_1 + 4v_2 \quad \Rightarrow \quad \langle v_1, v_2, v_3 \rangle = \langle v_1, v_2 \rangle$ | ☐ | ☐ |
| $v_1$ , $v_2$ sono linearmente indipendenti $\Rightarrow$ $\dim\langle v_1, v_2 \rangle = 2$ | ☐ | ☐ |
| $W = \langle v_1, v_2, \ldots, v_n \rangle \quad \Rightarrow \quad \dim(W) \leq n$ | ☐ | ☐ |
| I vettori $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ sono una base per $\mathbb{R}^2$ | ☐ | ☐ |
| I vettori $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ sono una base per $\mathbb{R}^2$ | ☐ | ☐ |
| I vettori $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ sono un insieme di generatori per $\mathbb{R}^2$ | ☐ | ☐ |
| La dimensione dello spazio $\left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$ è $=$ 3 | ☐ | ☐ |
| I vettori $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ sono un insieme di generatori per $\mathbb{R}^3$ | ☐ | ☐ |

- Determinare il vettore $v$ di $\mathbb{R}^4$ $\quad v = 5 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix}$

- Dati $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$, determinare la dimensione dello spazio generato da $v_1$ e $v_2$:

$$\dim\langle v_1, v_2 \rangle = \boxed{\phantom{xxxx}}$$

- Dati $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$, determinare la dimensione dello spazio generato da $v_1$ e $v_2$:

$$\dim\langle v_1, v_2 \rangle = \boxed{\phantom{xxxx}}$$

sua equazione parametrica.

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $W_2 = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \;:\; 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$ , determinare una base di $W_2$ e una sua equazione parametrica.

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $W_3 = \{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \;:\; 2x_1 - 3x_2 = 0\}$, determinare una base di $W_3$ e una sua equazione parametrica.

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$, $W_4 = \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$ determinare una base di $W_4$ e una sua equazione parametrica.

• Dato il sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^4$, $W_5 = \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$ determinare una base di $W_5$.

• Dato $W_6$ il seguente sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^2$: $W = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \rangle$ determinare una rappresentazione intrinseca di $W_6$.

• Dato $W_7$ il seguente sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$: $W = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \rangle$ determinare una rappresentazione intrinseca di $W_7$.

• Dato $W_8$ il seguente sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^3$: $W = \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} , \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \rangle$ determinare una rappresentazione intrinseca di $W_8$.