RISPOSTE ALLE PROPOSIZIONI DELLE ESERCITAZIONI 3.1 – 3.4

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

- 3.1

Proposizione	Vera	Falsa
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = x_1$ è lineare	•	□
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = x_1 \cdot x_2$ è lineare	□	•
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = x_1^3$ è lineare	□	•
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \sin(x_1) + \sin(x_2)$ è lineare	□	•
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = x_1 + 2x_2$ è lineare	•	□
$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \pi \cdot x_1 + 2\log_e(7) \cdot x_2$ è lineare	•	□
te Esiste $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $f\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$	□	•
Esiste $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $f\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $f\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$	•	□

- 3.2

Proposizione	Vera	Falsa
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^3$ iniettiva	•	□
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^4$ iniettiva	•	□
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^2$ iniettiva	□	•
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^4$ surgettiva	□	•
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^3$ surgettiva	□	•
Esiste un'applicazione lineare da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^2$ surgettiva	•	□
f iniettiva $\Rightarrow Ker(f) = \{0_V\}$	•	□
$Ker(f) = \{0_V\} \Rightarrow f$ iniettiva	•	□
$Ker(f) = \{0_V\} \Rightarrow f$ surgettiva	□	•
Esiste $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $\dim Ker(f) = \dim Im(f)$	•	□
Esiste $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $\dim Ker(f) = \dim Im(f)$	□	•

Ogni applicazione lineare da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}^3$ è iniettiva	$\square$	$\bullet$
$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4 \Rightarrow rk(f) \leq 3$	$\bullet$	$\square$
$f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3 \Rightarrow rk(f) \leq 3$	$\bullet$	$\square$
$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $Ker(f) = \{0_V\} \Rightarrow \; rk(f) = 3$	$\bullet$	$\square$
$f : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^3$ tale che $rk(f) = 3 \Rightarrow f$ surgettiva.	$\bullet$	$\square$
$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^5$ tale che $rk(f) = 3 \Rightarrow f$ iniettiva.	$\bullet$	$\square$
$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^5$ tale che $rk(f) = 3 \Rightarrow f$ surgettiva .	$\square$	$\bullet$
$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $rk(f) = 2 \Rightarrow f$ iniettiva.	$\square$	$\bullet$
$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $rk(f) = 2 \Rightarrow f$ surgettiva.	$\square$	$\bullet$

A matrice 3×3, B matrice $3 \times 3 \quad \Rightarrow A \cdot B = B \cdot A$	$\square$	$\bullet$
A matrice 5×3, B matrice $3 \times 4 \quad \Rightarrow A \cdot B$ è una matrice 5×4	$\bullet$	$\square$
A matrice 3×2, B matrice $2 \times 3 \quad \Rightarrow A \cdot B$ è una matrice 3×3	$\bullet$	$\square$
A matrice 3×2, B matrice $2 \times 3 \quad \Rightarrow A \cdot B$ è una matrice 2×2	$\square$	$\bullet$
A matrice 3×2, B matrice $2 \times 3 \quad \Rightarrow B \cdot A$ è una matrice 2×2	$\bullet$	$\square$
Esiste una matrice 2×2 A non nulla tale che $A^2 = 0$	$\bullet$	$\square$

A matrice 3×3, $\Rightarrow \det(3A) = 3 \cdot \det(A)$	□	●
A matrice 3×3, $\Rightarrow \det(2A) = 8 \cdot \det(A)$	●	□
A matrice 3×3, $\Rightarrow \det(-A) = -\det(A)$	●	□
A matrice 2×2, $\Rightarrow \det(-A) = -\det(A)$	□	●
A, B matrici 3×3, $\Rightarrow \det(A+B) = \det(A) + \det(B)$	□	●
A, B matrici 3×3, $\Rightarrow rk(A+B) = rk(A) + rk(B)$	□	●
A matrice 31×31, $\Rightarrow rk(A^n) = n \cdot rk(A)$	□	●
Esiste una matrice 3×3 A non nulla tale che $A^2 = 0$	●	□

• Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ lineare e sia A la matrice associata ad f rispetto alla base canonica. Allora :

Proposizione	Vera	Falsa
$rk(f) = 3 \Rightarrow \det(A) \neq 0$	●	□
$\det(A) \neq 0 \Rightarrow rk(f) = 3$	●	□
$rk(f) < 3 \Leftrightarrow \det(A) = 0$	●	□
$\det(A) \neq 0 \Rightarrow Ker(f) = \{0_V\}$	●	□
$\det(A) = 0 \Rightarrow Ker(f) \neq \{0_V\}$	●	□
$\det(A) = 0 \Rightarrow \exists\ v \in \mathbb{R}^3, v \neq 0_V$ t.c. $f(v) = 0_V$	●	□

• Si consideri il seguente *sistema lineare di n equazioni in n incognite*

$$A \cdot X = b$$

dove A *è una matrice $n \times n$, X il vettore delle ingognite, b il vettore termine noto* . Allora :

Proposizione	Vera	Falsa
Esiste sempre almeno una soluzione	□	●
Non esiste mai soluzione del sistema	□	●
Esiste un'unica soluzione $\Rightarrow \det(A) \neq 0$	●	□
$\det(A) \neq 0 \Rightarrow$ Esiste un'unica soluzione	●	□
$rk(A) < n \Rightarrow$ non esiste nessuna soluzione del sistema	□	●
$\det(A) = 0 \Rightarrow$ esistono infinite soluzioni	□	●
$rk(A) = rk(A\|b) < n \Rightarrow$ esistono infinite soluzioni del sistema	●	□