

prova scritta di ANALISI II 22/6/2011
 TEMPO A DISPOSIZIONE: 90 minuti

Esercizio 1. Si consideri $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x_1, x_2) = (x_1)^2 + x_1 x_2 + (x_2)^3$$

Sia $\Gamma(f)$ il grafico di f .

Si determinino i sottospazi affini di \mathbb{R}^3 rispettivamente ortogonale e tangente a $\Gamma(f)$ nel punto $(1, 2, 7)^T$.

Esercizio 2. Sia

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

la funzione definita da

$$f(x) = \begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \\ x_1 + x_2 + x_3 \end{pmatrix} .$$

Sia $a = (1, 1, 0)^T \in \mathbb{R}^3$ e sia $LS(f; f(a)) \subset \mathbb{R}^3$ l'insieme di livello $f(a)$.

Si determinino i sottospazi affini di \mathbb{R}^3 rispettivamente ortogonale e tangente a $LS(f; f(a))$ nel punto a .

Esercizio 3. Si consideri il sottinsieme compatto di \mathbb{R}^2

$$\Gamma = \left\{ x \in \mathbb{R}^2 : x_1^2 + x_2^2 = 25 \right\} ,$$

e la funzione continua

$$f(x) = x_1^3 + x_2^3 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} .$$

Si determinino i punti di minimo e massimo assoluto di f su Γ .

Esercizio 4. Si considerino il sottinsieme di \mathbb{R}^2

$$A = \left(x \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x_2, -(1/x_2^3) \leq x_1 \leq (1/x_2^3) \right) ,$$

e la funzione $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ definita q.o. da

$$f(x) = \frac{x_1 x_2}{|x_1|} .$$

o Si provi che f è integrabile su A .

o Si calcoli $\int_A f$.