Ingegneria Gestionale - Corso di Algebra - anno accademico 2005/2006

**prova scritta del 1-2-2006**

| | | |
|---|---|---|
| (Cognome) | (Nome) | (Numero di matricola) |

**Esercizio 1.** Si determinino le soluzioni complesse del seguente sistema:

$$\begin{cases} z^4 - \overline{z}^4 = 0 \\ |e^z| = \frac{1}{e} \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Al variaree del parametro reale $t$ sia $f_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} tx_1 & -2x_2 & +2x_3 \\ 3x_1 & +4x_2 & -5x_3 \\ x_1 & & +tx_3 \end{pmatrix}$$

(i) Al variare del parametro t determinare una base di $Im(f_t)$ e una di $Ker(f_t)$.

(ii) Si determini per quali valori di $t$ il sistema

$$f\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

ammette almeno una soluzione

(ii) Dato il sottospazio $W \subset \mathbb{R}^3$ ,

$$W = \{\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} : x_1 - 2x_2 = 0\}$$

si determini per quali valori di $t$ si ha $\mathbb{R}^3 = W + Ker(f_t)$ .

**Esercizio 3.** Sia $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ l'applicazione lineare espressa rispetto alla base canonica dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Determinare gli autovalori di $f$, specificandone la molteplicità algebrica e geometrica.
(ii) Dire se la matrice $A$ è diagonalizzabile.
(iii) Dire se la matrice $A^2$ è diagonalizzabile.