

Prova scritta per il corso di Analisi Matematica 2
corso di laurea in Ingegneria Biomedica
Università di Pisa
30/6/2022

Tempo a disposizione: 105 minuti.

E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.

Esercizio 1 (15 punti). Si consideri l'insieme

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 - e^{-x} \right\},$$

e la funzione $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x, y) = \frac{\text{sen}(4y)}{x^2 - xy + 1}.$$

- (i) Si discutano la continuità e la differenziabilità di f .
- (ii) Si studi il segno di f .
- (iii) Si discuta l'esistenza di massimi e minimi globali per f .
- (iv) Si trovino tutti i punti critici di f .
- (v) Si valuti la posizione degli eventuali punti di massimo e minimo globale di f .

Esercizio 2 (15 punti). Si consideri la curva

$$C = \partial \left(\left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1 \right\} \right) \cap \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 0, y \geq 0 \right\},$$

e si definisca $E \subseteq \mathbb{R}^3$ l'insieme dei punti di \mathbb{R}^3 che distano al più 1 da C (ossia, un punto $P \in \mathbb{R}^3$ appartiene a E se e solo se esiste un qualche punto Q in C tale che $|P - Q| \leq 1$).

- (i) Si calcoli la lunghezza della curva C .
- (ii) Si calcoli il volume di E .
- (iii) Si calcoli il perimetro di E .