

Prova scritta per il corso di Analisi Matematica 2  
corso di laurea in Ingegneria Biomedica  
Università di Pisa  
20/2/2023

*Tempo a disposizione: 120 minuti.*

*E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.*

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

**Esercizio 1** (15 punti). Si definisca

$$\Omega = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \sqrt{y^2 + z^2} \leq \frac{x}{1 + x^2} \right\},$$

e sia  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  definita come  $f(x, y, z) = xyz$ .

- (i) Si trovi il volume di  $\Omega$ .
- (ii) Si discuta l'esistenza di massimi e minimi globali per  $f$ .
- (iii) Si trovino i punti critici di  $f$  e si discuta la loro natura.
- (iv) Si trovino i punti di massimo e minimo globale.

**Esercizio 2** (15 punti). Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y) = (3x^2 + y^4)e^{-(x^4 + y^2)}.$$

- (i) Si dimostri che  $f$  ammette massimo e minimo globale.
- (ii) Si dica quanti sono i punti critici e si esprimano le loro coordinate.
- (iii) Si provi a discutere la natura di tali punti critici.