

Prova scritta per il corso di Analisi Matematica 2
corso di laurea in Ingegneria Biomedica
Università di Pisa
15/9/2022

Tempo a disposizione: 105 minuti.

E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.

Esercizio 1 (15 punti). Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x, y) = \frac{(y - x^2 + 1)(-y - x^2 + 1)}{e^{|x|}}.$$

- (i) Si discutano la continuità e la differenziabilità di f .
- (ii) Si studi il segno di f .
- (iii) Si discuta l'esistenza di massimi e minimi globali per f .
- (iv) Si stimi il numero di punti di massimo e minimo locale o globale di f .
- (v) Si trovino i punti di massimo e minimo locale o globale di f , e si discuta la loro natura.

Esercizio 2 (15 punti). Si definisca l'insieme

$$\Omega = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 \leq 3z - z^2, 0 \leq z \leq 2 \right\}.$$

- (i) Si calcoli il volume di Ω .
- (ii) Si calcoli il perimetro di Ω .
- (iii) Avendo definito la curva $\Gamma = \partial\Omega \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, y = 0\}$, si calcoli l'integrale di lunghezza

$$\int_{\Gamma} |x|.$$