

Prova scritta per il corso di Analisi Matematica 2
corso di laurea in Ingegneria Biomedica
Università di Pisa
9/6/2022

Tempo a disposizione: 105 minuti.

E' richiesto lo svolgimento degli esercizi con tutte le necessarie spiegazioni e motivazioni, in modo il più possibile rigoroso e leggibile.

Esercizio 1 (8 punti). Sia $T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x - z)^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$. Si calcoli

$$\int_{\partial T} |y|.$$

Esercizio 2 (14 punti). Si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x, y) = \frac{e^{|y|-x} - 1}{x^2 + y^2 + 1}.$$

- (i) Si dica in quali punti del piano la funzione è continua, ed in quali punti è differenziabile.
- (ii) Si discuta il segno di f .
- (iii) Si discutano i limiti direzionali di f all'infinito.
- (iv) Si discuta l'esistenza di massimi e minimi globali per f .
- (v) Si dica quanto possibile riguardo ai punti di massimo e minimo locali e globali per f .

Esercizio 3 (8 punti). Si definisca l'insieme

$$P = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, \max \{|y|, |z|\} \leq 1 - x^2 \right\}.$$

Si calcolino volume e perimetro di P .