

Scritto per il corso di Analisi Matematica II  
corso di laurea in Ingegneria Biomedica  
Università di Pisa  
16/1/2023

**(Prima parte)**

*Tempo a disposizione: 50 minuti.*

*Scrivere solo la risposta nella tabella in fondo, in modo leggibile ed inequivocabile.*

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

**Esercizio 1.** Si calcoli la superficie laterale del tronco di cono di altezza 1, raggio di una base 1, e raggio dell'altra base  $1 + a$ .

**Esercizio 2.** Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x, y) = e^{-x^2}(xy - y^2)$ . Si dica quanto vale  $\sup f$ .

**Esercizio 3.** Si calcoli il volume dell'insieme

$$\Omega = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, |x| \leq 1, |y| \leq 1, z \geq 0, (1 + x^2)(1 + y^2)z \leq 1 \right\}.$$

**Esercizio 4.** Si calcoli lo sviluppo di Taylor fino al quarto ordine in  $(x, y) = (0, 0)$  della funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x, y) = \text{sen}(\text{sen}(\text{sen}(x + y)))$ .

**Esercizio 5.** Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x, y, z) = (1 + (xy)^4)^{z^2}$ . Si calcoli  $\nabla f(1, -1, 2)$ .

**Esercizio 6.** Chiamando  $A = \int_{\sigma=-1}^1 \sqrt{1 + \sigma^2} d\sigma$ , si esprima la lunghezza della curva definita da  $\Gamma = \left\{ (\cos t, \text{sen} t, t - t^2), 0 \leq t \leq 1 \right\}$ .

**Esercizio 7.** Detta  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione data da

$$f(x, y) = \left( e^{xy^2} \cos(2y - 4x), e^{2x^2y} \text{sen}(2x^2 - 3y) \right),$$

si calcoli  $\text{div} f(3, 6)$ .

**Esercizio 8.** Detta  $T$  la curva data da  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 \leq x \leq \sqrt{\pi}, y = \text{sen}(x^2)\}$ , e detta  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione

$$f(x, y) = \text{sen}(x) \cdot \left( 4x^2(1 - y^2) + 1 \right)^{-\frac{1}{2}},$$

si calcoli l'integrale di lunghezza  $\int_T f$ .

1	2	3	4	5	6	7	8

Scritto per il corso di Analisi Matematica  
corso di laurea in Ingegneria Gestionale  
Università di Pisa  
16/1/2023

**(Soluzioni)**

Esercizio	Soluzione
1	$2\pi\sqrt{1+a^2}\left(1+\frac{a}{2}\right)$
2	$\frac{1}{4e}$
3	$\frac{\pi^2}{4}$
4	$x+y-\frac{(x+y)^3}{2}$
5	$(128, -128, 64 \ln 2)$
6	$\frac{A}{2}$
7	$33 \cdot e^{108}$
8	$1 - \cos(\sqrt{\pi})$