

Scritto per il corso di Analisi Matematica II
corso di laurea in Ingegneria Biomedica
Università di Pisa
15/9/2022

(Prima parte)

Tempo a disposizione: 55 minuti.

Scrivere solo la risposta nella tabella in fondo, in modo leggibile ed inequivocabile.

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

Esercizio 1. Dato l'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$, si calcoli $\int_D x^2 + y - 1$.

Esercizio 2. Si calcoli la lunghezza della curva C formata dai punti del piano che hanno distanza pari ad 1 dall'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 \leq x \leq 2, y = 0\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 \leq y \leq 2, x = 0\}$.

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ data da $f(x, y, z) = (e^{xy} \arctan(z^2), \sin(x + y + z) \ln(1 + y^2))$. Si calcoli $Df(2, 1, 1)$.

Esercizio 4. Per ogni $v \in \mathbb{R}^2$, si definisca $g(v) = \lim_{t \rightarrow 0} f(tv)$, dove $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ è definita come

$$f(x, y) = \frac{x + 3y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Si calcoli $\int_Q g$, dove $Q = \{v \in \mathbb{R}^2, v_1 \geq 0, v_2 \geq 0, |v| \leq 1\}$.

Esercizio 5. Si calcoli lo sviluppo di Taylor fino al quarto ordine in $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y, z) = e^{xy}(\arctan(z) + 1)$.

Esercizio 6. Si calcoli il volume dell'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, |x| \leq 1, |y| \leq 1/2, |z| \leq 2x^4 + 4y^6\}.$$

Esercizio 7. Si trovino tutti i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x, y) = \frac{x + y^2}{x^2 + 1 + y^2}.$$

Esercizio 8. Si calcoli l'area della superficie

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, z = x^2 + y, 0 \leq y \leq x \leq 1\}.$$

1	2	3	4	5	6	7	8

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
15/9/2022

(Soluzioni)

Esercizio	Soluzione
1	$-\frac{3}{8}\pi + \frac{2}{3}$
2	$6 + \frac{5}{2}\pi$
3	$\begin{pmatrix} \frac{\pi}{4}e^2 & \frac{\pi}{2}e^2 & e^2 \\ \cos(4)\ln(2) & \cos(4)\ln(2) + \sin(4) & \cos(4)\ln(2) \end{pmatrix}$
4	2
5	$1 + xy + \frac{x^2y^2}{2} + z + xyz - \frac{z^3}{3}$
6	$\frac{8}{5} + \frac{1}{28}$
7	$(\pm 1, 0)$
8	$\frac{1}{6}(3\sqrt{6} - \sqrt{2})$