

Scritto per il corso di Analisi Matematica II
corso di laurea in Ingegneria Biomedica
Università di Pisa
6/2/2023

(Prima parte)

Tempo a disposizione: 50 minuti.

Scrivere solo la risposta nella tabella in fondo, in modo leggibile ed inequivocabile.

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

Esercizio 1. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + 2y^2 \leq 1\}$, e sia $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x + y$. Si dica quanto vale $\min f$.

Esercizio 2. Detta $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la funzione data da

$$f(x, y) = (x \operatorname{sen}(y^2), \cos(xy)e^y),$$

si calcoli $Df(2, 2)$.

Esercizio 3. Data la curva $\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y = x^2, 0 \leq x \leq 1\}$, si calcoli $\int_{\Gamma} \sqrt{|y|}$.

Esercizio 4. Si calcoli lo sviluppo di Taylor fino al quinto ordine in $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ della funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y, z) = \cos(yz) + ye^{xz}$.

Esercizio 5. Dato $\alpha \in \mathbb{R}$, definiamo $f(x, y) = x^2 + y^4 + \alpha xy$. Si dica per quali α la funzione f ha un minimo strettamente negativo.

Esercizio 6. Si calcoli l'area della superficie

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2, z = \cosh x\}.$$

Esercizio 7. Si calcoli il volume dell'insieme

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x = \rho \cos \theta, y = \rho \operatorname{sen} \theta, 0 \leq \rho \leq \pi, 0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq z \leq \operatorname{sen} \rho \operatorname{sen} \theta\}.$$

Esercizio 8. Data la funzione $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x, y, z) = \operatorname{sen}(xy)e^z$, si calcoli $|\nabla f(1, \pi, 0)|$.

1	2	3	4	5	6	7	8

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
6/2/2023

(Soluzioni)

Esercizio	Soluzione
1	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$
2	$\begin{pmatrix} \sin(4) & 8 \cos(4) \\ -2e^2 \sin(4) & \cos(4)e^2 - 2 \sin(4)e^2 \end{pmatrix}$
3	$\frac{5^{3/2} - 1}{12}$
4	$1 + y + xyz - \frac{y^2 z^2}{2} + \frac{x^2 y z^2}{2}$
5	tutti gli $\alpha \neq 0$
6	$2 \sinh 2 = e^2 - e^{-2}$
7	2π
8	$\sqrt{1 + \pi^2}$