Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
17/2/2020

(Prima parte, gruppo 1)

Tempo a disposizione: 55 minuti.
Scrivere solo la risposta nella tabella in fondo, in modo leggibile ed inequivocabile.
E' ammesso alla seconda parte chi avrà risposto correttamente ad almeno 7 dei seguenti esercizi.

`Nome:`
`Cognome:`
`Numero di matricola:`

Esercizio 1. Si calcoli il valore di $f''(e^\pi)$, essendo $f : (e^{\pi/2}, e^{3\pi/2}) \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \tan(\ln(x))\,.$$

Esercizio 2. Si dica il numero *totale* di massimi e minimi locali e globali della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = e^{\left((x+1)^7\right)}\,.$$

Esercizio 3. Si calcoli la somma della serie

$$\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6\sqrt{2}} - \frac{1}{16} + \cdots$$

Esercizio 4. Si calcoli il polinomio di Taylor di grado 4 nel punto $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \cos\left(e^x - e^{x^2}\right).$$

Esercizio 5. Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\operatorname{sen}(e^x)\tan(x^2)}{\operatorname{sen}(x^2)\cos(x^2)e^x}\,.$$

Esercizio 6. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(t)u(t) = 16t\,, \\ u(1) = 4\,. \end{cases}$$

Esercizio 7. Si calcoli $f^{(12)}(0)$, essendo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \operatorname{sen}^2(x^3) + x^{12}$.

Esercizio 8. Si calcolino il sup e l'inf della funzione $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x^3}\,.$$

Esercizio 9. Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x\to -\infty} x\ln(1 + e^x)e^{|x|}\operatorname{sen}(1/x)\,.$$

Esercizio 10. Si dica per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\cos x}{(2x-\pi)^{\alpha}}\, dx\,.$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
17/2/2020

(Prima parte, gruppo 2)

Tempo a disposizione: 55 minuti.
Scrivere solo la risposta accanto ad ogni esercizio, in modo leggibile ed inequivocabile.
E' ammesso alla seconda parte chi avrà risposto correttamente ad almeno 7 dei seguenti esercizi.

`Nome:`
`Cognome:`
`Numero di matricola:`

Esercizio 1. Si calcoli $f^{(8)}(0)$, essendo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \operatorname{sen}^2(x^2) + x^8$.

Esercizio 2. Si calcolino il sup e l'inf della funzione $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = x^3 + \frac{1}{x^2}\,.$$

Esercizio 3. Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \to -\infty} x \ln(1 + x^2) \operatorname{sen}(x) \operatorname{sen}(1/x)\,.$$

Esercizio 4. Si dica per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{(\pi - x)^\alpha}{1 + \cos x}\, dx\,.$$

Esercizio 5. Si calcoli il valore di $f''(e^{2\pi})$, essendo $f : (e^{3\pi/2}, e^{5\pi/2}) \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \tan(\ln(x))\,.$$

Esercizio 6. Si dica il numero *totale* di massimi e minimi locali e globali della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = e^{\left((x+1)^8\right)}\,.$$

Esercizio 7. Si calcoli la somma della serie

$$\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{6} + \frac{1}{9\sqrt{3}} - \frac{1}{36} + \cdots$$

Esercizio 8. Si calcoli il polinomio di Taylor di grado 4 nel punto $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \tan\left(e^x - e^{x^2}\right).$$

Esercizio 9. Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\tan(\cos x) \ln(1 + x^2)}{\operatorname{sen}(x^2) \cos(x) e^x}\,.$$

Esercizio 10. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(t)u(t) = 9t\,, \\ u(1) = 3\,. \end{cases}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
17/2/2020

(Prima parte, gruppo 3)

Tempo a disposizione: 55 minuti.
Scrivere solo la risposta accanto ad ogni esercizio, in modo leggibile ed inequivocabile.
E' ammesso alla seconda parte chi avrà risposto correttamente ad almeno 7 dei seguenti esercizi.

`Nome:`
`Cognome:`
`Numero di matricola:`

Esercizio 1. Si calcoli la somma della serie
$$\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{10} + \frac{1}{15\sqrt{5}} - \frac{1}{100} + \cdots$$

Esercizio 2. Si calcoli il polinomio di Taylor di grado 4 nel punto $x = 0$ della funzione
$$f(x) = \operatorname{sen}\big(e^x - e^{x^2}\big)\,.$$

Esercizio 3. Si calcoli il valore del seguente limite:
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\tan(e^x)\operatorname{sen}(x^2)}{\ln(1+x^2)\cos(x)e^x}\,.$$

Esercizio 4. Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{cases} u'(t)u(t) = 4t\,, \\ u(1) = 2\,. \end{cases}$$

Esercizio 5. Si calcoli $f^{(5)}(0)$, essendo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \operatorname{sen}^3(x) + x^5$.

Esercizio 6. Si calcolino il sup e l'inf della funzione $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita come
$$f(x) = x^4 + \frac{1}{x}\,.$$

Esercizio 7. Si calcoli il valore del seguente limite:
$$\lim_{x\to -\infty} \frac{\ln(1+x^2)\operatorname{sen}(x)}{x^3}\,.$$

Esercizio 8. Si dica per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ converge
$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{1+\cos x}{(x-\pi)^\alpha}\,dx\,.$$

Esercizio 9. Si calcoli il valore di $f''(e^{\pi/4})$, essendo $f : (e^{-\pi/2}, e^{\pi/2}) \to \mathbb{R}$ definita come
$$f(x) = \tan(\ln(x))\,.$$

Esercizio 10. Si dica il numero *totale* di massimi e minimi locali e globali della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = e^{x^8+1}\,.$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
17/2/2020

(Soluzioni, tutti i gruppi)

Esercizio \ Gruppo	***1***	***2***	***3***
1	$-\frac{1}{e^{2\pi}}$	$\frac{2}{3} \cdot 8!$	$\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$
2	0	$+\infty \quad / \quad \frac{5}{3}\left(\frac{3}{2}\right)^{2/5}$	$x - \frac{x^2}{2} - \frac{5}{24}\,x^4$
3	$\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	non esiste	$\tan(1)$
4	$1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} - \frac{x^4}{4}$	$\alpha > 1$	$u(t) = 2t$
5	$\operatorname{sen}(1)$	$-\frac{1}{e^{4\pi}}$	$\frac{5!}{2}$
6	$u(t) = 4t$	1	$+\infty \quad / \quad \frac{5}{4} \cdot 4^{1/5}$
7	$\frac{2}{3} \cdot 12!$	$\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$	0
8	$+\infty \quad / \quad \frac{5}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{3/5}$	$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2} - \frac{23}{24}\,x^4$	$\alpha < 3$
9	1	$\tan(1)$	$\frac{2}{e^{\pi/2}}$
10	$\alpha < 2$	$u(t) = 3t$	1