

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
27/1/2020

(Prima parte, gruppo 1)

Tempo a disposizione: 55 minuti.

Scrivere solo la risposta nella tabella in fondo, in modo leggibile ed inequivocabile.

E' ammesso alla seconda parte chi avrà risposto correttamente ad almeno 7 dei seguenti esercizi.

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

Esercizio 1. Si trovino tutte le funzioni $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tali che

$$\begin{cases} u'' = u, \\ u'(1) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 2. Si calcoli il polinomio di Taylor di grado 4 nel punto $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \cos(e^{\operatorname{sen} x} - 1).$$

Esercizio 3. Si dica il numero *totale* di massimi e minimi locali e globali della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \ln^6 \left(e^{x^6} \arctan(x^6) + \frac{1}{6} \right).$$

Esercizio 4. Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan(\operatorname{sen}(x)) - \arctan(x)}{x^3}.$$

Esercizio 5. Si calcoli il valore della serie

$$1 - \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{5}{4!} - \frac{5\sqrt{5}}{6!} + \dots$$

Esercizio 6. Si calcoli il valore di $f'''(2\pi)$, essendo $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \ln(e^x + \operatorname{sen} x).$$

Esercizio 7. Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xe^{2x} - 2xe^x}{e^{3x}}.$$

Esercizio 8. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + e^x} dx.$$

Esercizio 9. Si calcoli $f^{(15)}(0)$, essendo $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \tan(x^5)$.

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
27/1/2020

(Prima parte, gruppo 2)

Tempo a disposizione: 55 minuti.

Scrivere solo la risposta accanto ad ogni esercizio, in modo leggibile ed inequivocabile.

E' ammesso alla seconda parte chi avrà risposto correttamente ad almeno 7 dei seguenti esercizi.

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

Esercizio 1. Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xe^{3x} - 3xe^x}{e^{2x}}.$$

Esercizio 2. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{2e^x}{e^{2x} + 2e^x} dx.$$

Esercizio 3. Si calcoli $f^{(15)}(0)$, essendo $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \sin(x^3)$.

Esercizio 4. Si calcoli il minimo (non il punto di minimo!) della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = x^2(x^2 - 1)^3.$$

Esercizio 5. Si trovino tutte le funzioni $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tali che

$$\begin{cases} u'' = 1, \\ u'(1) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 6. Si calcoli il polinomio di Taylor di grado 4 nel punto $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \sin(e^x - \cos x).$$

Esercizio 7. Si dica il numero *totale* di massimi e minimi locali e globali della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \ln^8 \left(x^8 e^{x^8} + \frac{1}{8} \right).$$

Esercizio 8. Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\arctan(x)) - \sin(x)}{x^3}.$$

Esercizio 9. Si calcoli il valore della serie

$$1 - \frac{\sqrt{7}}{2} + \frac{7}{4!} - \frac{7\sqrt{7}}{6!} + \dots$$

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
27/1/2020

(Prima parte, gruppo 3)

Tempo a disposizione: 55 minuti.

Scrivere solo la risposta accanto ad ogni esercizio, in modo leggibile ed inequivocabile.

E' ammesso alla seconda parte chi avrà risposto correttamente ad almeno 7 dei seguenti esercizi.

Nome:

Cognome:

Numero di matricola:

Esercizio 1. Si dica il numero *totale* di massimi e minimi locali e globali della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \ln^4 \left(x^4 \arctan(x^4) + \frac{1}{4} \right).$$

Esercizio 2. Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan(\sin(x)) - \tan(x)}{x^3}.$$

Esercizio 3. Si calcoli il valore della serie

$$1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4!} - \frac{3\sqrt{3}}{6!} + \dots$$

Esercizio 4. Si calcoli il valore di $f'''(\pi)$, essendo $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \ln(e^x + \sin x).$$

Esercizio 5. Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 e^x - x e^{x^3}}{e^{x^2}}.$$

Esercizio 6. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx.$$

Esercizio 7. Si calcoli $f^{(15)}(0)$, essendo $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = e^{x^5}$.

Esercizio 8. Si calcoli il minimo (non il punto di minimo!) della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = x^2(x^2 - 1)^5.$$

Esercizio 9. Si trovino tutte le funzioni $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tali che

$$\begin{cases} u'' = u', \\ u'(0) = 0. \end{cases}$$

Scritto per il corso di Analisi Matematica
 corso di laurea in Ingegneria Gestionale
 Università di Pisa
 27/1/2020

(Soluzioni, tutti i gruppi)

Esercizio \ Gruppo	1	2	3
1	$A(e^t + e^{2-t}), A \in \mathbb{R}$	$+\infty$	3
2	$1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{2} - \frac{x^4}{12}$	$\ln 3$	$-\frac{1}{6}$
3	3	$\frac{15!}{5!}$	$\cos(\sqrt[4]{3})$
4	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{3^3}{4^4}$	$\frac{2}{e^{3\pi}} (3e^\pi - e^{2\pi} - 1)$
5	$\cos(\sqrt[4]{5})$	$u(t) = \frac{1}{2}t^2 + A, A \in \mathbb{R}$	$-\infty$
6	$\frac{2}{e^{6\pi}} (3e^{2\pi} + e^{4\pi} + 1)$	$x + x^2 - \frac{x^4}{2}$	$\frac{\pi}{2} - \arctan(e)$
7	0	3	$\frac{15!}{3!}$
8	$\ln 2$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{5^5}{6^6}$
9	$\frac{15!}{3}$	$\cos(\sqrt[4]{7})$	$u(t) = A, A \in \mathbb{R}$
10	$-\frac{4 \cdot 3^3}{5^5}$	$\frac{2}{(e^{\pi/2} + 1)^3} (e^\pi + 2e^{\pi/2})$	$1 + x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{2} - \frac{5}{8}x^4$