Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
7/1/2020

**(Prima parte, gruppo 1)**

*Tempo a disposizione: 60 minuti.*
*Scrivere solo la risposta nella tabella in fondo, in modo leggibile ed inequivocabile.*
*E' ammesso alla seconda parte chi avrà risposto correttamente ad almeno 7 dei seguenti esercizi.*

`Nome:`
`Cognome:`
`Numero di matricola:`

**Esercizio 1.** Si calcoli $f^{(25)}(0)$, essendo $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita come $f(x) = \operatorname{sen}(x^4)+\cos(x^3)+e^{x^5}$.

**Esercizio 2.** Si calcoli il valore di $f''(3)$, essendo $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \operatorname{sen}(e^x)\,.$$

**Esercizio 3.** Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\operatorname{sen}^3(|x|)}{\tan(x)\big(\cos(x)-1\big)}\,.$$

**Esercizio 4.** Si calcoli il valore della serie

$$-1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\cdots\,.$$

**Esercizio 5.** Si calcoli il polinomio di Taylor di grado 3 nel punto $x=0$ della funzione

$$f(x) = \operatorname{sen}^2(x) - e^x\cos(x)\,.$$

**Esercizio 6.** Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty}\Big(\arctan(x^4)-\arctan^4(x)\Big)^3\,.$$

**Esercizio 7.** Dire per quali $\alpha\in\mathbb{R}$ converge l'integrale

$$\int_0^1 \frac{\big(\ln(1+x)\big)^\alpha}{1-\cos x}\,dx\,.$$

**Esercizio 8.** Si calcoli $\sup\big\{f(x),\, x\in\mathbb{R}\big\}$, essendo $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \arctan(x) - \operatorname{sen}(x)\,.$$

**Esercizio 9.** Si dica il numero *totale* di massimi e minimi locali e globali della funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = x^3\,\cos\left(\frac{1}{|x|+1}\right).$$

**Esercizio 10.** Sia $u(t)$ una qualuque soluzione dell'equazione differenziale

$$u'' + bu' + u = 0\,.$$

Dire per quali $b \in \mathbb{R}$ si ha $\lim_{t\to-\infty} u(t) = 0$.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
7/1/2020

**(Prima parte, gruppo 2)**

*Tempo a disposizione: 60 minuti.*
*Scrivere solo la risposta accanto ad ogni esercizio, in modo leggibile ed inequivocabile.*
*E' ammesso alla seconda parte chi avrà risposto correttamente ad almeno 7 dei seguenti esercizi.*

`Nome:`
`Cognome:`
`Numero di matricola:`

**Esercizio 1.** Si calcoli $\sup\{f(x),\, x \in \mathbb{R}\}$, essendo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \cos(x) + \arctan(x^2)\,.$$

**Esercizio 2.** Si dica il numero *totale* di massimi e minimi locali e globali della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = e^{-x^2}\, \mathrm{sen}\left(\frac{1}{|x|+1}\right).$$

**Esercizio 3.** Sia $u(t)$ una qualuque soluzione dell'equazione differenziale

$$u'' + bu' + u = 0\,.$$

Dire per quali $b \in \mathbb{R}$ si ha $\lim_{t\to+\infty} u(t) = 0$.

**Esercizio 4.** Si calcoli $f^{(28)}(0)$, essendo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \mathrm{sen}(x^4) + \cos(x^3) + e^{x^5}$.

**Esercizio 5.** Si calcoli il valore di $f''(2)$, essendo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \cos(e^x)\,.$$

**Esercizio 6.** Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\tan^3(|x|)}{\mathrm{sen}(x)\big(e^{x^2} - 1\big)}\,.$$

**Esercizio 7.** Si calcoli il valore della serie

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots\,.$$

**Esercizio 8.** Si calcoli il polinomio di Taylor di grado 3 nel punto $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \mathrm{sen}(x^2) + \cos(x)e^x\,.$$

**Esercizio 9.** Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty} \Big(\arctan^2(x) - \arctan(x^2)\Big)^5 .$$

**Esercizio 10.** Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale

$$\int_1^2 \frac{\big(\ln(x)\big)^\alpha}{\cos\left(\frac{\pi}{2}\,x\right)}\,dx .$$

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
7/1/2020

**(Prima parte, gruppo 3)**

*Tempo a disposizione: 60 minuti.*
*Scrivere solo la risposta accanto ad ogni esercizio, in modo leggibile ed inequivocabile.*
*E' ammesso alla seconda parte chi avrà risposto correttamente ad almeno 7 dei seguenti esercizi.*

Nome:
Cognome:
Numero di matricola:

**Esercizio 1.** Si calcoli il polinomio di Taylor di grado 3 nel punto $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \tan(x^2) + \cos(x)\ln(1 + x)\,.$$

**Esercizio 2.** Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x\to+\infty} \Big(\arctan(e^x) - e^{\arctan(x)}\Big)^2\,.$$

**Esercizio 3.** Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge l'integrale

$$\int_{1/2}^{1} \frac{\ln x}{\operatorname{sen}(\pi x)^\alpha}\,dx\,.$$

**Esercizio 4.** Si calcoli $\sup\big\{f(x),\, x \in \mathbb{R}\big\}$, essendo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \operatorname{sen}(x^2)\arctan(x)\,.$$

**Esercizio 5.** Si dica il numero *totale* di massimi e minimi locali e globali della funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = e^{x^2}\,\cos\left(\frac{1}{|x| + 1}\right).$$

**Esercizio 6.** Sia $u(t)$ una qualuque soluzione dell'equazione differenziale

$$u'' + bu' + u = 0\,.$$

Dire per quali $b \in \mathbb{R}$ si ha che $u$ è periodica.

**Esercizio 7.** Si calcoli $f^{(24)}(0)$, essendo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \operatorname{sen}(x^4)+\cos(x^3)+e^{x^5}$.

**Esercizio 8.** Si calcoli il valore di $f''(4)$, essendo $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = e^{\operatorname{sen} x}\,.$$

**Esercizio 9.** Si calcoli il valore del seguente limite:

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{\cos(x) - 1}{\arctan(x)\,\mathrm{sen}(|x|)}\,.$$

**Esercizio 10.** Si calcoli il valore della serie

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} - \cdots\,.$$

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

Scritto per il corso di Analisi Matematica
corso di laurea in Ingegneria Gestionale
Università di Pisa
7/1/2020

**(Soluzioni, tutti i gruppi)**

| Esercizio \ Gruppo | ***1*** | ***2*** | ***3*** |
|---|---|---|---|
| 1 | $\dfrac{25!}{5!}$ | $\dfrac{\pi}{2}+1$ | $x+\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{x^3}{6}$ |
| 2 | $e^3\cos(e^3)-e^6\operatorname{sen}(e^3)$ | $1$ | $\left(\dfrac{\pi}{2}-e^{\pi/2}\right)^2$ |
| 3 | $2$ | $b>0$ | $\alpha<2$ |
| 4 | $-\ln 2$ | $-\dfrac{28!}{7!}$ | $\dfrac{\pi}{2}$ |
| 5 | $-1-x+x^2+\dfrac{x^3}{3}$ | $-e^2\operatorname{sen}(e^2)-\cos(e^2)e^4$ | $1$ |
| 6 | $\left(\dfrac{\pi}{2}-\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^4\right)^3$ | $-1$ | $b=0$ |
| 7 | $\alpha>1$ | $\ln 2-1$ | $\dfrac{24!}{8!}$ |
| 8 | $\dfrac{\pi}{2}+1$ | $1+x+x^2-\dfrac{x^3}{3}$ | $e^{\operatorname{sen}4}\left(\cos^2 4-\operatorname{sen}4\right)$ |
| 9 | $0$ | $\left(\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2-\dfrac{\pi}{2}\right)^5$ | $\dfrac{1}{2}$ |
| 10 | $b<0$ | $\alpha>0$ | $\dfrac{\ln 2}{2}$ |