

**CORSO DI CPS (CALCOLO DELLE PROBABILITÀ E STATISTICA),
PRIMO SEMESTRE 2018–2019**

Foglio Esercizi N. 7 (20/11/2018)

Esercizio 1. Si calcolino il valore atteso e la deviazione standard della legge esponenziale di parametro λ , data dalla densità

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0, \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e con derivata strettamente positiva. Sia X una variabile aleatoria con densità f , valore atteso $\mathbb{E}(X)$ e varianza $\text{Var}(X)$. Definita la variabile aleatoria $Y = \varphi(X)$, si calcoli la sua densità f_Y . Nel caso particolare in cui $\varphi(x) = ax + b$, si calcolino anche il valore atteso $\mathbb{E}(Y)$ e la varianza $\text{Var}(Y)$.

Esercizio 3. Si calcolino il valore atteso e la deviazione standard della legge Gaussiana $\mathcal{N}(c, \sigma)$ di parametri $\sigma > 0$ e $c \in \mathbb{R}$, data dalla densità

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}}.$$

Esercizio 4. Si scelgono due numeri a caso nell'intervallo $[0, 1]$, in modo indipendente e con probabilità uniforme, e si definisce X il loro prodotto. Si determinino il valore atteso e la varianza di X . Si dica come cambia il risultato se si sceglie solo un numero, e si definisce X il suo quadrato.

Esercizio 5. Il tempo di funzionamento dell'insegna di un negozio, in anni, è dato da una legge esponenziale di parametro $\lambda = 1/3$. Cambiare l'insegna costa 100 euro; nel caso in cui l'insegna si rompa prima di essere sostituita, d'altra parte, il negozio deve sostituirla immediatamente ed ha una perdita d'immagine di 200 euro (in termini di mancato guadagno per via della brutta figura fatta coi potenziali clienti). Si determini qual è il momento migliore per sostituire l'insegna.

Esercizio 6. Si dica come cambia la risposta all'esercizio precedente nel caso in cui il tempo di funzionamento sia invece una variabile uniforme tra i 5 ed i 15 anni, o tra gli 0 ed i 20.