

**CORSO DI CPS (CALCOLO DELLE PROBABILITÀ E STATISTICA),
PRIMO SEMESTRE 2018–2019**

Foglio Esercizi N. 5 (23/10/2018)

Esercizio 1. In un torneo di scacchi a squadre, la squadra formata da Alessandra e Barbara deve giocare 4 partite. All'inizio di ogni partita, si decide a sorte chi delle due dovrà giocare. Alessandra, che è più brava, vince ciascuna delle sue partite con probabilità di $2/3$, mentre Barbara ha una probabilità di vittoria soltanto di $2/5$. Sia X la variabile aleatoria che conta il numero di vittorie della squadra.

- (1) Si calcoli il valore atteso di X e il relativo scarto quadratico medio.
- (2) Sapendo che la squadra ha vinto esattamente 3 delle sue partite, si calcoli la probabilità che Barbara non abbia giocato nessuna partita.
- (3) Detta Y la variabile aleatoria che conta il numero di partite giocate da Barbara, si calcolino valore atteso e varianza di Y , si dica se X ed Y sono indipendenti, e si calcoli il valore atteso di $X + Y$ e di $X \cdot Y$.

Esercizio 2. Sia X una variabile aleatoria. Si dimostri che $\mathbb{E}(X^2) \geq \mathbb{E}(X)^2$. In particolare, se X ha valore atteso pari a 5 e deviazione standard pari a 3, quanto vale il valore atteso di X^2 ?

Esercizio 3. Xavier e Yohanna si sfidano al seguente gioco. Entrambi lanciano un dado da 6, e chi ha ottenuto il numero più alto vince una somma in euro pari alla differenza dei lanci (quindi ad esempio se Xavier fa 3 e Yohanna 1, Xavier vince 2 euro, mentre se lui fa 5 e lei 6, sarà lei a vincere un euro).

- (1) Detta X la variabile aleatoria della vincita di Xavier, si dica quanto valgono il valore atteso e la varianza di X .
- (2) Supponiamo che, per galanteria, Xavier conceda a Yohanna la possibilità di ripetere il suo lancio, se lei lo desidera (ma a quel punto per lei vale il risultato del secondo lancio, che potrebbe anche essere peggiore del primo). Come si modificano il valore atteso e la varianza di X ?
- (3) Supponiamo che, in cambio, Yohanna conceda a Xavier di raddoppiare la sua vincita, qualora vinca lui. A chi conviene il gioco, a questo punto?