## Analisi Matematica A e B Prova scritta n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2023/24 Università di Pisa

26 maggio 2025

1. Calcolare i valori massimo e minimo della funzione

$$f(x) = \sin^2 x + \cos^3 x$$

al variare di  $x \in \mathbb{R}$ .

2. (a) Determinare i valori di  $\alpha,\beta>0$  per i quali converge l'integrale

$$\int_{\pi}^{2\pi} \frac{1}{x^{\alpha} \cdot |\sin x|^{\beta}} \, dx.$$

(b) Dire per quali dei precedenti valori di  $\alpha, \beta > 0$  converge il limite

$$\lim_{n \to +\infty} \int_{\pi}^{n\pi} \frac{1}{x^{\alpha} \cdot |\sin x|^{\beta}} \, dx.$$

3. Determinare l'intervallo (massimale) di esistenza della soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = u^2 - 2u + 2, \\ u(7) = 2. \end{cases}$$