

# Analisi Matematica A-B

## Prova scritta del 8 gennaio 2024

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23  
Università di Pisa

1. Studiare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^3 [\log(n^\alpha + n^2) - \log n^2]$$

2. Dimostrare che esiste finito l'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x^3} 2^{\sqrt{x}}}{e^x - 1 - x} dx.$$

3. Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(x) u(x) (1 + e^{2x}) = e^x, \\ u(0) = \alpha. \end{cases}$$

Calcolare le soluzioni al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  ed il loro intervallo massimale di esistenza;