Analisi Matematica B

Prova scritta parziale n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23
Università di Pisa

17 dicembre 2022

1. Al variare di $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -1$ calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + x^n}{(1 + x)^n}.$$

2. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+2}{n^2+n} x^n.$$

Qual è la somma della serie quando $x = \frac{1}{2}$?

3. Si consideri la successione a_n definita ricorsivamente da

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{3a_n + 8}{a_n + 1}. \end{cases}$$

- (a) per $\alpha = 0$ determinare se la successione ha limite e nel caso calcolarlo;
(b) fare lo stesso nel caso $\alpha = -\frac{5}{2}$;
(c) se a_n è la successione definita nel caso $\alpha = 0$, determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n - 4}{a_n + 1}.$$

AAA

Analisi Matematica B

Prova scritta parziale n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23
Università di Pisa

17 dicembre 2022

1. Al variare di $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -1$ calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^n}{(1 + x)^n}.$$

2. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+3}{n^2+n} x^n.$$

Qual è la somma della serie quando $x = \frac{1}{3}$?

3. Si consideri la successione a_n definita ricorsivamente da

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{2a_n+9}{a_n+2}. \end{cases}$$

- (a) per $\alpha = 0$ determinare se la successione ha limite e nel caso calcolarlo;
(b) fare lo stesso nel caso $\alpha = -\frac{7}{2}$;
(c) se a_n è la successione definita nel caso $\alpha = 0$, determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n - 3}{a_n + 1}.$$

BBB

Analisi Matematica B

Prova scritta parziale n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23
Università di Pisa

17 dicembre 2022

1. Al variare di $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 1$ calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + x^n}{(1 - x)^n}.$$

2. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n + 4}{n^2 + n} x^n.$$

Qual è la somma della serie quando $x = \frac{1}{4}$?

3. Si consideri la successione a_n definita ricorsivamente da

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{a_n + 8}{a_n + 3}. \end{cases}$$

- (a) per $\alpha = 0$ determinare se la successione ha limite e nel caso calcolarlo;
(b) fare lo stesso nel caso $\alpha = -\frac{9}{2}$;
(c) se a_n è la successione definita nel caso $\alpha = 0$, determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n - 2}{a_n + 1}.$$

CCC

Analisi Matematica B

Prova scritta parziale n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23
Università di Pisa

17 dicembre 2022

1. Al variare di $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 1$ calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^n}{(1 - x)^n}.$$

2. Determinare per quali $x \in \mathbb{R}$ è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n + 5}{n^2 + n} x^n.$$

Qual è la somma della serie quando $x = \frac{1}{5}$?

3. Si consideri la successione a_n definita ricorsivamente da

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{5a_n}{a_n - 1}. \end{cases}$$

- (a) per $\alpha = 2$ determinare se la successione ha limite e nel caso calcolarlo;
(b) fare lo stesso nel caso $\alpha = -\frac{1}{2}$;
(c) se a_n è la successione definita nel caso $\alpha = 2$, determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n - 6}{a_n + 1}.$$

DDD