

# Analisi Matematica B

## Prova scritta parziale n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23  
Università di Pisa

17 dicembre 2022

1. Al variare di  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x \neq -1$  calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + x^n}{(1 + x)^n}.$$

2. Determinare per quali  $x \in \mathbb{R}$  è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n+2}{n^2+n} x^n.$$

Qual è la somma della serie quando  $x = \frac{1}{2}$ ?

3. Si consideri la successione  $a_n$  definita ricorsivamente da

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{3a_n + 8}{a_n + 1}. \end{cases}$$

- (a) per  $\alpha = 0$  determinare se la successione ha limite e nel caso calcolarlo;  
(b) fare lo stesso nel caso  $\alpha = -\frac{5}{2}$ ;  
(c) se  $a_n$  è la successione definita nel caso  $\alpha = 0$ , determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n - 4}{a_n + 1}.$$

**AAA**

# Analisi Matematica B

## Prova scritta parziale n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23  
Università di Pisa

17 dicembre 2022

1. Al variare di  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x \neq -1$  calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^n}{(1 + x)^n}.$$

2. Determinare per quali  $x \in \mathbb{R}$  è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n+3}{n^2+n} x^n.$$

Qual è la somma della serie quando  $x = \frac{1}{3}$ ?

3. Si consideri la successione  $a_n$  definita ricorsivamente da

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{2a_n+9}{a_n+2}. \end{cases}$$

- (a) per  $\alpha = 0$  determinare se la successione ha limite e nel caso calcolarlo;  
(b) fare lo stesso nel caso  $\alpha = -\frac{7}{2}$ ;  
(c) se  $a_n$  è la successione definita nel caso  $\alpha = 0$ , determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n - 3}{a_n + 1}.$$

**BBB**

# Analisi Matematica B

## Prova scritta parziale n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23  
Università di Pisa

17 dicembre 2022

1. Al variare di  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x \neq 1$  calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + x^n}{(1 - x)^n}.$$

2. Determinare per quali  $x \in \mathbb{R}$  è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3n + 4}{n^2 + n} x^n.$$

Qual è la somma della serie quando  $x = \frac{1}{4}$ ?

3. Si consideri la successione  $a_n$  definita ricorsivamente da

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{a_n + 8}{a_n + 3}. \end{cases}$$

- (a) per  $\alpha = 0$  determinare se la successione ha limite e nel caso calcolarlo;  
(b) fare lo stesso nel caso  $\alpha = -\frac{9}{2}$ ;  
(c) se  $a_n$  è la successione definita nel caso  $\alpha = 0$ , determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n - 2}{a_n + 1}.$$

**CCC**

# Analisi Matematica B

## Prova scritta parziale n. 1

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23  
Università di Pisa

17 dicembre 2022

1. Al variare di  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x \neq 1$  calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^n}{(1 - x)^n}.$$

2. Determinare per quali  $x \in \mathbb{R}$  è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4n + 5}{n^2 + n} x^n.$$

Qual è la somma della serie quando  $x = \frac{1}{5}$ ?

3. Si consideri la successione  $a_n$  definita ricorsivamente da

$$\begin{cases} a_1 = \alpha, \\ a_{n+1} = \frac{5a_n}{a_n - 1}. \end{cases}$$

- (a) per  $\alpha = 2$  determinare se la successione ha limite e nel caso calcolarlo;  
(b) fare lo stesso nel caso  $\alpha = -\frac{1}{2}$ ;  
(c) se  $a_n$  è la successione definita nel caso  $\alpha = 2$ , determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n - 6}{a_n + 1}.$$

**DDD**