Analisi Matematica III e IV modulo
Prova scritta n. 4

Corso di laurea in Matematica, a.a. 2003-2004

17 gennaio 2005

1. Studiare la convergenza puntuale e totale della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^2(nx)}{(1+x^2)^n}.$$

2. Dire se la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^3-3y^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   è continua e differenziabile nel punto $(0,0)$.

3. Determinare le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{x^3+4y^3}{3xy^2}.$$

4. Dopo averne determinato eventuali simmetrie, calcolare l'area della regione di piano

$$D = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon |y| \geq |x| \operatorname{tg}(x^2+y^2),\ x^2+y^2 \leq \frac{\pi}{2} \right\}.$$