

Università di Pisa - Corso di Laurea in Matematica

Scritto d'esame di Analisi Matematica 1

Pisa, 19 Febbraio 2018

1. Determinare ordine di infinitesimo e parte principale della successione

$$\log(n + \arctan n) - \log(n - \arctan n).$$

2. Consideriamo la funzione

$$f(x) = \cosh(\sin x) - \cos(\sinh x).$$

- (a) Determinare il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$ nell'intervallo $[0, 1]$.
(b) Studiare, al variare del parametro reale positivo a , la convergenza dell'integrale

$$\int_0^1 \frac{1}{|f(x)|^a} dx.$$

- (c) (Bonus question) Determinare il numero di soluzioni dell'equazione $f(x) = 2018^{-2018}$.

3. Consideriamo la successione definita per ricorrenza da

$$x_{n+1} = \frac{\arctan x_n}{1 + x_n}, \quad x_0 = \alpha > 0.$$

Determinare il limite della successione al variare del parametro reale positivo α .

4. Consideriamo la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \int_{x^2}^{x^4} e^{-t} \arctan(t^3) dt.$$

- (a) Determinare se si tratta di una funzione uniformemente continua su tutto \mathbb{R} .
(b) Determinare se ammette massimo e/o minimo su tutto \mathbb{R} .

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.