Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Prova in Itinere di Analisi Matematica II

a.a. 2016/2017

1. Sia $V := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \le y \le z \le x\}$ e $f(x,y,z) = x^4 - y^2 + z^2$. Stabilire se esistono
$$\lim_{\substack{x^2+y^2+z^2 \to +\infty \\ (x,y,z)\in V}} f(x,y,z), \qquad \lim_{x^2+y^2+z^2 \to +\infty} f(x,y,z).$$

2. Siano $D := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + |y| \le 1\}$ e $f(x,y) = (y-3x)^3$. Determinare estremo inferiore e superiore di f in D specificando se si tratta di minimo e/o massimo e gli eventuali punti di minimo/massimo.

3. Siano $S := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x + 3y^2 + z = 10,\ x \ge 0,\ z \ge 0\}$ e $f(x,y,z) = xz + y^3$.

   Determinare estremo inferiore e superiore di f su S specificando se si tratta di minimo e/o massimo e gli eventuali punti di minimo/massimo.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Prova in Itinere di Analisi Matematica II

a.a. 2016/2017

1. Determinare e classificare i punti stazionari della funzione
$$f(x,y) = x^6 + 2x^3y - \frac{1}{12}y^3.$$

2. Sia $D := [0,\pi] \times [0,1/2]$. Calcolare
$$\int_D |y - \sin x| \, dx \, dy.$$

3. Sia $V := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \, x^2 + y^4 + z^2 \leq 1\}$. Calcolare
$$\int_V y \, dx \, dy \, dz, \qquad \int_V |y| \, dx \, dy \, dz.$$

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Prova in Itinere di Analisi Matematica II

a.a. 2016/2017

1. Si considerino la forma differenziale
$$\omega = (x^2 + y^2 + z^2)(x\,dx + y\,dy + z\,dz),$$
e la curva γ definita da
$$\gamma(t) = (\sin t, \sin(2t)\ \sin(3t)), \qquad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$
Calcolare $\displaystyle\int_\gamma \omega$.

2. Sia D l'insieme di $\mathbb{R}^2$ racchiuso dalla curva $\gamma = (\arctan t, t^2)$ con $0 \leq t \leq 1$, dalla retta $y = 0$ e dalla retta $x = \pi/4$.
   (a) Fare un disegno approssimativo di D.
   (b) Calcolare l'area di D.

3. Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y + z = 1,\ y \geq 0,\ z \geq 0\}$ orientata prendendo in $(0, 0, 1)$ la normale che punta verso le z positive. Sia $F(x, y, z) = (x, x+y, 2x+z)$. Calcolare il flusso del rotore di F attraverso S.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.