

Università di Pisa - Corso di Laurea in Matematica

Scritto d'esame di Analisi Matematica 1

Pisa, 26 Giugno 2017

1. Determinare, al variare del parametro reale $\alpha > 0$, la parte principale della successione

$$\frac{1}{n} - \arcsin\left(\frac{2n+3}{\alpha n^2+3}\right).$$

2. Determinare per quali valori del parametro reale λ l'equazione

$$x + x^2 = \arctan(\lambda x + x^2)$$

ammette un'unica soluzione reale.

3. Consideriamo la successione definita per ricorrenza da

$$x_{n+1} = x_n^7 + 7 \arctan(x_n^2), \quad x_0 = \alpha.$$

- (a) Determinare se esistono valori di α per cui la successione tende a $+\infty$.
 - (b) Determinare se esistono valori $\alpha > 0$ per cui la successione è infinitesima.
 - (c) Determinare se esistono valori $\alpha < 0$ per cui la successione è infinitesima.
 - (d) (Bonus question) Determinare se esistono valori α per cui $x_{2017!} < 0$ e $x_n \rightarrow +\infty$.
4. Consideriamo il problema di Cauchy

$$u'(t) = \frac{u(t)}{t} + \frac{7}{t^3}, \quad u(1) = \alpha.$$

- (a) Determinare la soluzione generale del problema, ed il relativo intervallo massimale di esistenza.
- (b) Determinare gli eventuali valori di α per cui si ha convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} u(t) dt.$$

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.