

# Scritto d'esame di Analisi Matematica 1

Pisa, 26 Giugno 2017

1. Determinare, al variare del parametro reale  $\alpha > 0$ , la parte principale della successione

$$\frac{1}{n} - \arcsin\left(\frac{2n+3}{\alpha n^2+3}\right).$$

2. Determinare per quali valori del parametro reale  $\lambda$  l'equazione

$$x + x^2 = \arctan(\lambda x + x^2)$$

ammette un'unica soluzione reale.

3. Consideriamo la successione definita per ricorrenza da

$$x_{n+1} = x_n^7 + 7 \arctan(x_n^2), \quad x_0 = \alpha.$$

- (a) Determinare se esistono valori di  $\alpha$  per cui la successione tende a  $+\infty$ .  
(b) Determinare se esistono valori  $\alpha > 0$  per cui la successione è infinitesima.  
(c) Determinare se esistono valori  $\alpha < 0$  per cui la successione è infinitesima.  
(d) (Bonus question) Determinare se esistono valori  $\alpha$  per cui  $x_{2017!} < 0$  e  $x_n \rightarrow +\infty$ .
4. Consideriamo il problema di Cauchy

$$u'(t) = \frac{u(t)}{t} + \frac{7}{t^3}, \quad u(1) = \alpha.$$

- (a) Determinare la soluzione generale del problema, ed il relativo intervallo massimale di esistenza.  
(b) Determinare gli eventuali valori di  $\alpha$  per cui si ha convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} u(t) dt.$$

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.  
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.