

in  $\mathbb{R}^3$  ho un certo sottospazio vettoriale  $W$  definito dall'equazione cartesiana  $x-2y+z=0$ . Mi chiede di costruire, se esiste, l'applicazione lineare da  $\mathbb{R}^3$  a  $\mathbb{R}^3$  tale che  $f(W) = \text{span}(1,1,1)$  e  $\text{Im} f$  è definita dall'equazione cartesiana  $3x-5y+2z=0$

$$W: x - 2y + z = 0$$

$$\text{BASE DI } W: V_1 = (1, 1, 1) \quad V_2 = (2, 1, 0)$$

$$V: 3x - 5y + 2z = 0$$

$$\text{BASE DI } V: V_1 = (1, 1, 1) \quad V_3 = (2, 0, -3)$$

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

MATRICE DI PROIEZIONE  
IN BASE  $V_1 \ V_2 \ V_3$

$$M = \begin{pmatrix} \overset{V_1}{1} & \overset{V_2}{2} & \overset{V_3}{2} \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 6 & -2 \\ 3 & -5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

CAMBIO  
BASE

$$A = \hat{A} M^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

MATRICE DI PROIEZIONE  
IN BASE CANONICA