BY GIMUSI 01/12/16

Provare che se f è una funzione continua su un intervallo $[a, b]$

e derivabile su (a, b),
con $f(a) = f(b) = 0$,

allora per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste $x \in (a, b)$ tale che,

$\alpha f(x) + f'(x) = 0.$

SIA $g(x) = e^{\alpha x} f(x)$

$$\begin{cases} \text{CONTINUA IN } [a, b] \\ \text{DERIVABILE IN } (a, b) \\ g(a) = e^{\alpha a} \cdot f(a) = e^{\alpha b} \cdot f(b) = g(b) = 0 \end{cases}$$

PER IL TEOREMA DI ROLLE $\exists\, x \in (a, b)$ T.C.

$$g'(x) = \alpha \cancel{e^{\alpha x}} f(x) + \cancel{e^{\alpha x}} f'(x) = 0$$

$\Rightarrow$ $\alpha f(x) + f'(x) = 0$