

Rette e piani nello spazio 4

Argomenti: Mutua posizione di rette nello spazio

Difficoltà: ★★★★★

Prerequisiti: Equazioni (parametriche e cartesiane) di piani e rette nello spazio

Consideriamo la retta r_1 che passa per i 2 punti indicati nella prima colonna ed il punto P indicato nella seconda colonna. Sia r_2 la retta passante per P e perpendicolare ad r_1 . Determinare le intersezioni di r_2 con i piani xy , yz , xz (ovviamente quando univocamente determinate, specificando nei restanti casi se la r_2 è contenuta o parallela al piano in questione).

	Retta r_1 per ...	Punto P	Int. xy	Int. yz	Int. xz
1)	(0, 1, 0) (1, 1, 0)	(2, 1, 3)	$(2, 1, 0)$	//	//
2)	(1, 0, 0) (0, 1, 0)	(0, 0, 1)	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$	$(0, 0, 1)$	$(0, 0, 1)$
3)	(1, 2, 3) (4, 5, 6)	(3, 2, 1)	$(3, 2, 0)$	$(0, 2, 4)$	//
4)	(-1, 2, 3) (-1, 4, 5)	(-1, -2, 4)	$(-1, 2, 0)$	//	$(-1, 0, 2)$
5)	(1, 1, 0) (1, 0, 1)	(0, 0, 1)	//	$(0, 0, 1)$	\subseteq

Consideriamo la retta r_1 che passa per i 2 punti indicati nella prima colonna e la retta r_2 che passa per i 2 punti indicati nella seconda colonna. Determinare se r_1 ed r_2 sono coincidenti (C), distinte e parallele (P), incidenti (I) o sghembe (S). Se sono distinte e parallele, indicare nelle restanti 2 colonne l'equazione del piano che le contiene e la distanza. Se sono incidenti, indicare il punto di intersezione ed il coseno del minore angolo θ che formano. Se sono sghembe indicare il punto P_1 di r_1 ed il punto P_2 di r_2 per cui la distanza tra P_1 e P_2 risulta la minima possibile.

	Retta r_1 per ...	Retta r_2 per ...	Pos.	Informazione 1	Informazione 2
6)	(1, 1, 3) (1, 1, -4)	(0, 0, 2) (0, 0, 1)	P	$x - y = 0$	$\sqrt{2}$
7)	(1, 1, 3) (1, 1, -4)	(2, 0, 2) (2, -1, 2)	S	$(2, 1, 2)$	$(2, 1, 2)$
8)	(1, 2, 3) (-2, -1, 0)	(2, 2, 3) (-1, -1, 0)	P	$y - z + 1 = 0$	$\sqrt{6}/3$
9)	(0, 2, 1) (1, 0, 2)	(2, -2, 3) (-1, 4, 0)	C	—	—
10)	(0, 0, 0) (1, 1, 1)	(1, 0, 0) (0, 1, 0)	S	$(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$
11)	(1, 1, 0) (-2, 0, 1)	(1, -1, -2) (3, 1, -1)	S	$(\frac{113}{25}, \frac{56}{25}, \frac{-24}{25})$	$(\frac{116}{25}, \frac{16}{25}, \frac{-17}{25})$
12)	(0, -1, 0) (-2, 5, -4)	(2, -2, 3) (0, 4, -1)	P	$2x - y - 5z - 1 = 0$	$5\sqrt{2}/15$
13)	(1, 2, 3) (4, 5, 6)	(7, 8, 9) (10, 11, 12)	C	—	—
14)	(1, 2, 3) (4, 5, 6)	(6, 5, 4) (3, 2, 1)	P	$x - 2y + z = 0$	$2\sqrt{2}$
15)	(1, 1, 0) (0, 1, 1)	(1, 0, 1) (1, 1, 1)	S	$(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})$	$(1, 1, 1)$