

Università di Pisa - Corso di Laurea in Matematica

# Scritto d'esame di Analisi Matematica 1

Pisa, 12 Gennaio 2016

1. Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2016} + 2}{2^{\sqrt{n}}}.$$

2. Studiare, al variare del parametro reale  $\lambda$ , il numero di soluzioni dell'equazione

$$\frac{x^2 + x}{1 + \lambda e^x} = 1.$$

(Si intende che per avere una soluzione il denominatore deve essere diverso da zero)

3. Consideriamo la successione definita per ricorrenza da

$$x_{n+1} = \int_0^{x_n} \frac{\arctan t}{t^6 + 1} dt, \quad x_0 = \alpha > 0.$$

- (a) Determinare il limite della successione.
- (b) Determinare il limite della successione  $n^{3n} x_n$ .
- (c) (Bonus question) Stabilire se esiste un intero positivo  $n_0$ , indipendente da  $\alpha$ , tale che

$$x_n \leq \frac{1}{2016^{2016}} \quad \forall n \geq n_0.$$

4. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u' = 7u + t + 4$$

che sono uniformemente continue in  $[0, +\infty)$ .

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.  
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.