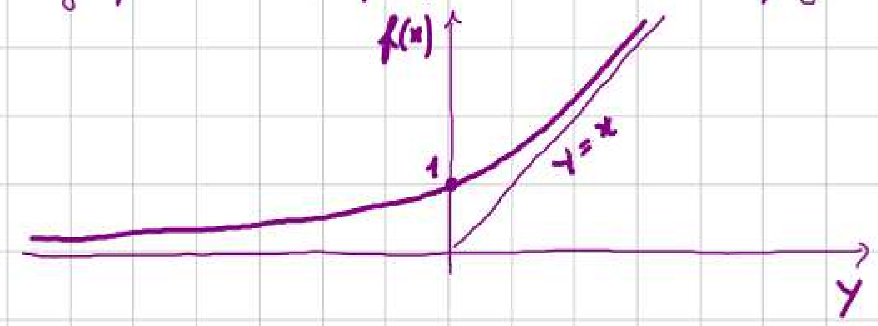
Trovare un'espressione $f(x)$ tale che, se si disegna il grafico di $y=f(x)$ si ottiene la figura seguente:



Tale $f(x)$ può essere del tipo $\frac{p(x)}{q(x)}$ con $p(x)$ e $q(x)$ polinomi?

$$f(x)=\frac{\log(1+2^x)}{\log 2}$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=0 \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \qquad f(0)=1$$

$$(1+2^x)>1 \implies f(x)>0 \qquad f:\mathbb{R}\to(0,+\infty)$$

$$f'(x)=\frac{1}{\cancel{\log 2}}\,\frac{2^x\cancel{\log 2}}{1+2^x}>0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$$

ASINTOTI $x\to+\infty$: $y=mx+n$

$$m=\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\log(1+2^x)}{x\log 2}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\log 2+\log(1+1/2^x)}{x\log 2}=1$$

$$n=\lim_{x\to+\infty} f(x)-x=\lim_{x\to+\infty}\frac{\log(1+2^x)}{\log 2}-x=$$

$$\lim_{x\to+\infty}=\frac{\log(1+2^x)-\log 2^x}{\log 2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\log(1+1/2^x)}{\log 2}\to 0$$

$f(x)$ NON PUÒ ESSERE DEL TIPO $\dfrac{p(x)}{q(x)}$

CON $p(x)$ E $q(x)$ POLINOMI

$$\left|\lim_{x\to+\infty} f(x)\right| \neq \left|\lim_{x\to-\infty} f(x)\right|$$