

Università di Pisa - Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Scritto d'esame di Analisi Matematica II
Pisa, ?? ?? ????

1. Siano $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2y + yz = 1, y \geq 0, z \geq 0\}$ e $f(x, y, z) = x^2 + y + z^2$.
 - (a) Provare che D NON è limitato.
 - (b) Calcolare estremo inferiore e superiore di f in D precisando se si tratta di minimo e/o massimo.
2. Sia T il triangolo di \mathbb{R}^2 di vertici $(0, 0)$, $(1, 2)$, $(2, 0)$. Calcolare estremo inferiore e superiore della funzione $f(x, y) = |3y - x^2|$ in T precisando se si tratta di minimo e/o massimo e determinando anche gli eventuali punti di minimo/massimo.
3. Sia B la sfera di R^3 di centro $(1, 2, -1)$ e raggio 2. Calcolare

$$\int_B (x + z^2 - y) dx dy dz.$$

4. Sia γ la curva definita da

$$(x(t), y(t)) = (\sin^2 t, t \sin t), \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

- (a) Provare che γ è chiusa e semplice e farne un disegno approssimativo.
- (b) Sia D il dominio racchiuso da γ . Calcolare $\int_D x dx dy$.

Si ricorda che ogni passaggio deve essere *adeguatamente* giustificato.
Ogni esercizio verrà valutato in base alla *correttezza* ed alla *chiarezza* delle spiegazioni fornite. La sola scrittura del risultato non ha alcun valore.