SERIE NUMERICHE

- $\sum a_n$ converge $\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$
- $\sum |a_n|$ converge $\Rightarrow \sum a_n$ converge

Criteri di convergenza per serie a termini positivi

- RAPPORTO

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l \Rightarrow \begin{cases} l < 1 \Rightarrow \sum a_n \text{ converge} \\ l = 1 \quad \text{non si può dire niente} \\ l > 1 \Rightarrow \sum a_n \text{ diverge} \end{cases}$$

- RADICE

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = l \Rightarrow \begin{cases} l < 1 \Rightarrow \sum a_n \text{ converge} \\ l = 1 \quad \text{non si può dire niente} \\ l > 1 \Rightarrow \sum a_n \text{ diverge} \end{cases}$$

• CONFRONTO

$0 \leq b_n \leq a_n \;\; \forall \;\; n$. Allora:

$\sum a_n$ converge $\Rightarrow \sum b_n$ converge

$\sum b_n$ diverge $\quad \Rightarrow \sum a_n$ diverge

• QUOZIENTE

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = l, \; l \neq 0, +\infty$. Allora

$\sum a_n$ converge $\Leftrightarrow \sum b_n$ converge

$\sum a_n$ diverge $\quad \Leftrightarrow \sum b_n$ diverge

• ORDINE DI INFINITESIMO

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{\frac{1}{n^\alpha}} = l, \; l \neq 0, +\infty$. Allora:

$$\begin{cases} 0 \leq \alpha \leq 1 \;\Rightarrow \sum a_n \text{diverge} \\ \alpha > 1 \qquad\quad \Rightarrow \sum a_n \text{ converge} \end{cases}$$

Serie a segno alterno

- Criterio di Leibniz

$$\left.\begin{array}{l} a_n \geq 0 \ ; \quad \lim_{n\to\infty} a_n = 0 \\ \\ a_n \text{ strettamente decrescente} \end{array}\right\} \Rightarrow \sum (-1)^n a_n \text{ converge.}$$

Inoltre , se R_n è il resto n-imo della serie, allora

$|R_n| < a_{n+1}$