Ingegneria Edile - Corso di geometria - anno accademico 2009/2010

prova scritta del 27/1/2010

TEMPO A DISPOSIZIONE: 90 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. In $\mathbb{R}^3$ si considerino i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ e la retta r passante per A e B.

(i)il punto $C = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \in r$?

vero	falso

(ii) Determinare l'equazione di un piano perpendicolare alla retta r e passante per A.

(iii) Data la retta s di equazioni $\begin{cases} x & -2y & +z & = 0 \\ & +y & -z & = 0 \end{cases}$

Determinare la posizione reciproca (coincidenti, parallele non coincidenti, incidenti, sghembe) della coppia di rette r e s.

(iv) Determinare l'equazione parametrica di una retta passante per A e per l'origine.

Esercizio 2. In $\mathbb{R}^3$ sia Π il piano passante per i punti A, B e C seguenti: $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

(i) il punto $D = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \Pi$?

vero	falso

(ii) Determinare un vettore perpendicolare a Π : $\begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$

(iii) Determinare l'equazione di un piano Π' parallelo a Π tale che la distanza tra i due piani $=d(\Pi, \Pi') = 3$.

Esercizio 3. In $\mathbb{R}^3$ sia Q la quadrica di equazione $\{2x^2 + y^2 - 2yz + z^2 + 2y = 0\}$ e sia Π il piano di equazione $\{y = 2\}$

(i) Classificare la quadrica Q:

(ii) Classificare la conica $Q \cap \Pi$:

Esercizio 4. In $\mathbb{R}^3$ sia $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\mathcal{S}$ la sfera di centro A e raggio 3. Determinare l'equazione del piano tangente alla sfera nel punto $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$:

Esercizio 5. In $\mathbb{R}^2$ sia $\mathcal{F}$ il fascio di coniche passanti per $A = (1, 0)$ $B = (-1, 0)$, $C = (0, 1)$, $D = (0, -1)$

(i) Esiste una parabola $\mathcal{P} \in \mathcal{F}$? | vero | falso |

(ii) Esiste una circonferenza $\mathcal{C} \in \mathcal{F}$? | vero | falso |

(iii) Esiste una conica degenere $\Gamma \in \mathcal{F}$? | vero | falso |

(iv) Determinare l'equazione di una conica del fascio $\mathcal{F}$ passante per il punto $(1, 1)$

Esercizio 6. Al variare del parametro reale t si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} & 2x_2 & +2x_3 & = 2 \\ tx_1 & +x_2 & 4x_3 & = 1 \\ x_1 & -tx_2 & +2x_3 & = -3 \end{cases}$$

(i) Il sistema ammette un'unica soluzione se e solo se :

(ii) Il sistema ammette infinite soluzione se e solo se :

(iii) Il sistema non ammette alcuna soluzione se e solo se :

Esercizio 7. I seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ sono linearmente INDIPENDENTI | vero | falso |

Esercizio 8. In $\mathbb{P}^2$ sia $\mathcal{C}$ la conica di equazione $\{x^2 + 6xy + 4y^2 - 2z^2 = 0\}$, sia r la retta di equazione $\{x + y - z = 0\}$ e sia Q il punto di coordinate omogenee $Q = (3, 4, 1)$

(i) Determinare l'equazione della retta polare di Q rispetto a $\mathcal{C}$:

(i) Determinare le coordinate del polo di r rispetto a $\mathcal{C}$:

Ingegneria Edile - Corso di geometria - anno accademico 2009/2010

prova scritta del 27/1/2010
TEMPO A DISPOSIZIONE: 90 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 1. In $\mathbb{R}^3$ si considerino i punti $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ e la retta r passante per A e B.

(i)il punto $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \in r$?

vero	falso

(ii) Determinare l'equazione di un piano perpendicolare alla retta r e passante per A.

(iii) Data la retta s di equazioni $\begin{cases} x \quad -y \quad +z \quad = 0 \\ \quad +y \quad -z \quad = 0 \end{cases}$

Determinare la posizione reciproca (coincidenti, parallele non coincidenti, incidenti, sghembe) della coppia di rette r e s.

(iv) Determinare l'equazione parametrica di una retta passante per A e per l'origine.

Esercizio 2. In $\mathbb{R}^3$ sia Π il piano passante per i punti A, B e C seguenti: $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(i) il punto $D = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \Pi$?

vero	falso

(ii) Determinare un vettore perpendicolare a Π : $\begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$

(iii) Determinare l'equazione di un piano Π' parallelo a Π tale che la distanza tra i due piani $=d(\Pi, \Pi') = \sqrt{6}$.

Esercizio 3. In $\mathbb{R}^3$ sia Q la quadrica di equazione $\{2x^2 + y^2 - 2yz + z^2 + 2y = 0\}$ e sia Π il piano di equazione $\{x = 1\}$

(i) Classificare la quadrica Q:

(ii) Classificare la conica $Q \cap \Pi$:

Esercizio 4. In $\mathbb{R}^3$ sia $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, e $\mathcal{S}$ la sfera di centro A e raggio 3. Determinare l'equazione del piano tangente alla sfera nel punto $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$:

Esercizio 5. In $\mathbb{R}^2$ sia $\mathcal{F}$ il fascio di coniche passanti per $A = (1,0)$ $B = (-1,0)$, $C = (0,1)$, $D = (0,-1)$

(i) Esiste una parabola $\mathcal{P} \in \mathcal{F}$? vero | falso

(ii) Esiste una circonferenza $\mathcal{C} \in \mathcal{F}$? vero | falso

(iii) Esiste una conica degenere $\Gamma \in \mathcal{F}$? vero | falso

(iv) Determinare l'equazione di una conica del fascio $\mathcal{F}$ passante per il punto $(-1,-1)$

Esercizio 6. Al variare del parametro reale t si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} \quad +tx_2 \; +4x_3 = 4 \\ tx_1 + x_2 - tx_3 = 2 \\ x_1 + tx_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$$

(i) Il sistema ammette un'unica soluzione se e solo se :

(ii) Il sistema ammette infinite soluzione se e solo se :

(iii) Il sistema non ammette alcuna soluzione se e solo se :

Esercizio 7. I seguenti vettori di $\mathbb{R}^3$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ sono linearmente INDIPENDENTI vero | falso

Esercizio 8. In $\mathbb{P}^2$ sia $\mathcal{C}$ la conica di equazione $\{2x^2+2xy+4y^2-z^2=0\}$, sia r la retta di equazione $\{x+y-5z=0\}$ e sia Q il punto di coordinate omogenee $Q = (1,4,1)$

(i) Determinare l'equazione della retta polare di Q rispetto a $\mathcal{C}$:

(i) Determinare le coordinate del polo di r rispetto a $\mathcal{C}$:

Ingegneria Edile - Corso di geometria - anno accademico 2009/2010

prova scritta del 27/1/2010 - SECONDA PARTE
TEMPO A DISPOSIZIONE: 30 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 2.1 Data A la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f

(ii) Si determini la molteplicità algebrica e geometrica di ciascun autovalore

Esercizio 2.2 $\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \boxed{}$

Esercizio 2.3 $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot B = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

Esercizio 2.4 Sia $f : \mathbb{R}^6 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa (rispetto alle basi canoniche) dalla seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La dimensione del nucleo di f è $= \boxed{}$

La dimensione dell' immagine di f è $= \boxed{}$

prova scritta del 27/1/2010 - SECONDA PARTE
TEMPO A DISPOSIZIONE: 30 minuti

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

Esercizio 2.1 Data A la matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(i) Si determinino gli autovalori di f

(ii) Si determini la molteplicità algebrica e geometrica di ciascun autovalore

Esercizio 2.2 $\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \boxed{}$

Esercizio 2.3 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot B = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$

Esercizio 2.4 Sia $f : \mathbb{R}^6 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare espressa (rispetto alle basi canoniche) dalla seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

La dimensione del nucleo di f è $= \boxed{}$

La dimensione dell' immagine di f è $= \boxed{}$