

**ESERCITAZIONE 3.4**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

• Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
$A$ matrice $3 \times 3$ , $\Rightarrow \det(3A) = 3 \cdot \det(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A$ matrice $3 \times 3$ , $\Rightarrow \det(2A) = 8 \cdot \det(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A$ matrice $3 \times 3$ , $\Rightarrow \det(-A) = -\det(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A$ matrice $2 \times 2$ , $\Rightarrow \det(-A) = -\det(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A, B$ matrici $3 \times 3$ , $\Rightarrow rk(A+B) = rk(A) + rk(B)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A$ matrice $31 \times 31$ , $n \in \mathbb{N} \Rightarrow rk(A^n) = n \cdot rk(A)$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A$ matrice $3 \times 3$ , $B$ matrice $3 \times 3 \Rightarrow A \cdot B = B \cdot A$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A$ matrice $5 \times 3$ , $B$ matrice $3 \times 4 \Rightarrow A \cdot B$ è una matrice $5 \times 4$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A$ matrice $3 \times 2$ , $B$ matrice $2 \times 3 \Rightarrow A \cdot B$ è una matrice $3 \times 3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A$ matrice $3 \times 2$ , $B$ matrice $2 \times 3 \Rightarrow A \cdot B$ è una matrice $2 \times 2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$A$ matrice $3 \times 2$ , $B$ matrice $2 \times 3 \Rightarrow B \cdot A$ è una matrice $2 \times 2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Esiste una matrice $2 \times 2$ $A$ non nulla tale che $A^2 = 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Esercizio 1.** Date le seguenti matrici, determinarne il rango e la dimensione di  $Ker(l_A)$ ,  
dove  $l_A$  è l'applicazione lineare  $X \mapsto A \cdot X$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 7 & 8 & 9 & 6 & 6 & 9 \\ 0 & 2 & 0 & 12 & 23 & 5 & 7 & 6 & 8 \\ -1 & 0 & 0 & 10 & 43 & 5 & 8 & 16 & 28 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & 100 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & 99 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & \dots & 98 \\ 0 & 0 & \dots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 2.** Siano  $A$  la matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  e  $B$  la matrice  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

Calcolare  $A \cdot B$  e  $B \cdot A$ .

**Esercizio 2.** Per ciascuna delle seguenti matrici  $A$  calcolare la matrice  $A^2$ .

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 3.** Siano  $A$  la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B$  la matrice  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Calcolare  $A \cdot B$  e  $B \cdot A$ .

**Esercizio 4.** Siano  $A$  la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  e  $B$  la matrice  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Calcolare  $A \cdot B$  e  $B \cdot A$ .

**Esercizio 5.** Siano  $A$  la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B$  la matrice  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Calcolare  $A \cdot B$  e  $B \cdot A$ . Determinare il rango di  $A \cdot B$  e il rango di  $B \cdot A$ .

**Esercizio 6.** Sia  $A$  la matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ . Determinare una matrice  $B$  tale che  $A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

**Esercizio 7.** Sia  $A$  la matrice  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$

(i) Determinare, se esiste, un vettore  $X \in \mathbb{R}^2$  tale che  $A \cdot X$  è il vettore nullo.

(ii) Determinare, se esiste, una matrice  $B$  non nulla tale che  $A \cdot B$  è la matrice nulla.

**Esercizio 8.** Per ciascuna delle seguenti matrici calcolare la matrice inversa.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$