

Liceo Scientifico “A. Vallisneri” – Classe 5B

Prova scritta di matematica

Nome e cognome: _____

Istruzioni per la consegna

- Presentare con chiarezza la strategia risolutiva adottata, indicando i teoremi e le proprietà utilizzati e motivando ogni passaggio del ragionamento.
- Utilizzare un linguaggio matematico corretto e coerente, rispettando il formalismo e la simbologia propri della disciplina.
- Esporre il procedimento risolutivo in modo ordinato e preciso.

[20 pt] Esercizio 1. Calcolare i seguenti integrali:

$$(a) \int_{-1}^0 \frac{x^3}{x^2 + 4x + 4} dx \qquad (b) \int_1^2 \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx \qquad (c) \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$$

[10 pt] Esercizio 2. Si consideri la funzione f definita da $f(x) = x^3 - x^2$ e la retta r tangente al grafico di f nel suo punto di intersezione con l'asse positivo delle ascisse. Calcolare l'area della regione limitata di piano compresa fra il grafico di f e la retta r .

[10 pt] Esercizio 3. Si consideri la funzione f definita da

$$f(x) = xe^{-x+1}.$$

- (a) Studiare la funzione f e tracciarne il grafico.
- (b) Dopo aver dimostrato che f è integrabile su ogni intervallo della forma $[0, a]$ con $a \in \mathbb{R}$, calcolare, se esiste, l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} xe^{-x+1} dx.$$

- (c) Dimostrare che

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \int_k^{+\infty} xe^{-x+1} dx = 0.$$

[10 pt] Esercizio 4. Si consideri la funzione F definita da

$$F(x) = \int_0^x \arctan(t^2) \, dt.$$

- (a) Determinare il dominio e il segno di F .
- (b) Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x \arctan(t^2) \, dt}{x}.$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4

Voto: _____