

# Prova integrativa di Matematica Discreta

23 maggio 2023

**Esercizio 1.** 1. Calcolate  $\phi(21)$  dove  $\phi$  è la funzione di Eulero.

2. Stabilite se esiste  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $a \not\equiv 1 \pmod{21}$ , tale che  $a^7 \equiv 1 \pmod{21}$ .

3. Trovare tutte le soluzioni intere della congruenza  $19^x \equiv 1 \pmod{21}$ .

4. Trovate tutte le soluzioni intere della congruenza  $19^x \equiv 4 \pmod{21}$ .

**Esercizio 2.** Fattorizzare il polinomio

$$p(x) = x^4 - x^3 - x + 1$$

in  $\mathbb{Q}[x]$ ,  $\mathbb{R}[x]$ ,  $\mathbb{C}[x]$ .