

Esercizi
Stima parametrica

1. Supponiamo di avere 10 monete uguali con $p(T) = \theta$ e $p(C) = 1 - \theta$. Stimare θ con i due metodi sapendo che lanciando le monete 5 volte si ottengono: 6 T al primo lancio; 7 T al secondo e al terzo lancio; 8 T al quarto lancio; 2 T al quinto lancio.

Risposta: $\hat{\theta} = \tilde{\theta} = \frac{3}{5}$.

2. Supponiamo di avere n monete uguali con $p(T) = p(C) = \frac{1}{2}$. Stimare n con i due metodi sapendo che lanciando le monete 5 volte e contando il numero di teste in ogni lancio, si ottengono i numeri: 692, 695, 665, 674, 719.

Risposta: $\hat{n} = 1378.01$, $\tilde{n} = 1378$.

3. Stimare con i due metodi il parametro θ di un campione statistico con densità

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{alt.} \end{cases}$$

usando i dati 0.23, 0.46, 0.78, 0.63, 0.90.

Risposta: $\hat{\theta} = 1.633$, $\tilde{\theta} = 1.5$.

4. Stimare con i due metodi il parametro θ di un campione statistico con densità gaussiana $N(\theta, 1)$ usando i dati 10, 15, 20, 17, 13.

Risposta: $\hat{\theta} = \tilde{\theta} = 15$.

5. Si consideri per $\theta > -1$ la funzione

$$F_{\theta}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x^2 + \theta x}{1 + \theta}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

(i) Determinare per quali valori di θ la F_{θ} è la funzione di ripartizione di una variabile aleatoria con densità. (ii) Supponendo che F_{θ} sia la funzione di ripartizione delle variabili aleatorie di un campione statistico, dare una stima di θ con il metodo dei momenti usando i dati 0.35, 0.40, 0.31, 0.85, 0.59, 0.60.

Risposte: (i) $\theta \geq 0$; (ii) $\tilde{\theta} = 9$.

6. Stimare con i due metodi il parametro θ di un campione statistico con densità

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x \geq \theta \\ 0, & \text{alt.} \end{cases}$$

usando i dati 4.2, 6.3, 7.1, 5.8, 8.3.

Risposta: $\hat{\theta} = 4.2$, $\tilde{\theta} = 5.34$.