

Esercizi
Intervalli di fiducia

1. Da un campione statistico di 14 variabili aleatorie gaussiane si ottiene un insieme di dati $\{x_1, \dots, x_{14}\}$ che ha media campionaria $\bar{x} = 13$ e varianza campionaria $\bar{\sigma}^2 = 2$. (i) Trovare l'intervallo di fiducia bilatero al 98% per la media del campione. (ii) Determinare l'estremo destro dell'intervallo unilatero sinistro di fiducia 0.98. (iii) Determinare l'estremo sinistro dell'intervallo unilatero destro di fiducia 0.98.
Risposta: (i) [11.9983, 14.0017]; (ii) 13.8624; (iii) 12.1376.
(Si è usata l'approssimazione $\tau_{(0.98,13)} \approx 2.2816$)
2. Sia dato un campione statistico di variabili aleatorie di Bernoulli di parametro p . (i) Dare una stima della numerosità del campione necessaria ad avere una precisione della stima inferiore al 5% con fiducia al 98%. (ii) Rispondere alla domanda in (i) sapendo che i dati rispettano la disuguaglianza $\bar{x} < 0.3$.
Risposte: (i) 542; (ii) 455.
3. Si misura il diametro di un campione di rondelle ottenendo i dati espressi in cm: 6.68, 6.76, 6.78, 6.74, 6.64, 6.81. Supponendo che il campione sia gaussiano, trovare gli intervalli di fiducia unilateri destro e sinistro al 99% per la varianza del diametro di una rondella. Come mai $\bar{\sigma}^2$ non è il punto di mezzo dell'intervallo $I_d \cap I_s$?
Risposte: $I_d = [0.00135, +\infty)$, $I_s = (0, 0.03671]$.
4. Il peso in grammi misurato da una bilancia elettronica è il peso reale dell'oggetto più un errore dato da una variabile aleatoria gaussiana $N(m, \sigma^2)$ con $m = 0$ e $\sigma = 0.01$. Pesando l'oggetto si raccolgono i dati: 3.142, 3.163, 3.155, 3.150, 3.141. (i) Trovare un intervallo di fiducia bilatero al 95% per la media del peso dell'oggetto. (ii) A quale livello di fiducia corrisponde una precisione relativa di 10^{-3} ? (iii) Potendo pesare l'oggetto un numero n di volte e supponendo che la media campionaria dei dati non vari rispetto al punto (i), quanto deve essere grande n per ottenere un intervallo di fiducia bilatero al 95% per la media del peso con una precisione relativa di 10^{-3} ?
Risposte: (i) [3.1414, 3.1590]; (ii) 52%; (iii) $n \geq 39$.
5. In un campione di 1000 assi di legno, se ne trovano 350 di lunghezza maggiore di 100 cm. Determinare un intervallo di fiducia bilatero al 99% per la probabilità che un asse di legno sia più lungo di 100 cm.
Risposta: [0.31115, 0.38885]