

Esercizi
Probabilità condizionata e formula di Bayes

1. Tre palline vengono colorate di rosso oppure di blu, e la scelta è casuale con probabilità $\frac{1}{2}$ per ogni pallina ed indipendente dalle altre. Sapendo che almeno una pallina è colorata di rosso, qual è la probabilità che almeno una sia colorata di blu? Qual è la risposta se invece il colore rosso viene scelto con probabilità $\frac{2}{3}$ e il colore blu con probabilità $\frac{1}{3}$?
Risposte: (i) $\frac{6}{7}$; (ii) $\frac{9}{13}$
2. Lanciamo due dadi a 6 facce equiprobabili. Si considerino i seguenti eventi: $A = \{\text{con il primo dado si ottiene un numero dispari}\}$; $B = \{\text{con il secondo dado si ottiene un numero pari}\}$; $C = \{\text{la somma dei due risultati è un numero pari}\}$. Dire se gli eventi sono a due a due indipendenti. Dire se sono tutti e tre indipendenti.
Risposta: A e B sono indipendenti; A e C sono indipendenti; B e C sono indipendenti; A, B e C non sono indipendenti.
3. Supponiamo di avere due scatole, la prima con 5 palline rosse e 7 palline blu, la seconda con 8 palline rosse e 3 palline blu. Si sceglie a caso una scatola in maniera equiprobabile e si estraggono due palline, che risultano essere entrambe rosse. Qual è la probabilità che sia stata scelta la prima scatola?
Risposta: $\frac{25}{109}$
4. Supponiamo di avere due scatole, la prima con 2 palline rosse e 3 palline blu, la seconda con 3 palline rosse e 4 palline blu. Spostiamo una pallina scelta a caso dalla prima scatola alla seconda scatola, e poi estraiamo due palline dalla seconda scatola. Qual è la probabilità che siano entrambe rosse?
Risposta: $\frac{3}{20}$
5. Ripetiamo quattro volte un esperimento che ha probabilità di successo $\frac{2}{3}$. Calcolare le seguenti probabilità: (i) che si abbia almeno un successo; (ii) che si abbia esattamente un successo; (iii) che si abbiano esattamente due successi.
Risposte: (i) $\frac{80}{81}$; (ii) $\frac{8}{81}$; (iii) $\frac{24}{81}$.
6. In una catena di montaggio, c'è un errore ogni cento prodotti. Un test per identificare i prodotti difettosi risulta positivo il 95% delle volte per i prodotti difettosi, e il 10% delle volte per i prodotti integri. (i) Se si esamina un prodotto e il test su di esso risulta positivo, qual è la probabilità che il prodotto non sia difettoso? (ii) Se si esamina un prodotto e il test su di esso risulta invece negativo, qual è la probabilità che il prodotto non sia difettoso?
Risposte: (i) $\frac{990}{1085}$; (ii) $\frac{1782}{1783}$.