Sistemi Dinamici
Corso di Laurea in Matematica
Test del 18-01-2021

(i) Disegnare il ritratto di fase del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = (x-\mu)(y^3+y) \\ \dot{y} = x(xy+1)(y-1) \end{cases}$$

fissando $\mu = 1$.

(ii) Considerare il caso $\mu = 0$.

$\boxed{\mu = 1}$ $\begin{cases} \dot{x} = (x-1)(y^3+y) \\ \dot{y} = x(xy+1)(y-1) \end{cases}$

Punti fissi $= \{(1,1), (1,-1), (0,0)\}$

I eq. $\begin{matrix} x=1 \\ \text{opp.} \\ y(y^2+1)=0 \end{matrix} \iff \begin{matrix} x=1 \\ \text{opp.} \\ y=0 \end{matrix} \Rightarrow$ II eq. $\begin{matrix} (y+1)(y-1)=0 \\ -x=0 \end{matrix}$

$$JF(x,y) = \begin{pmatrix} y^3+y & (x-1)(3y^2+1) \\ (2xy+1)(y-1) & 2x^2y+x-x^2 \end{pmatrix}$$

$JF(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ punto di sella $\quad \underline{v}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\quad \underline{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

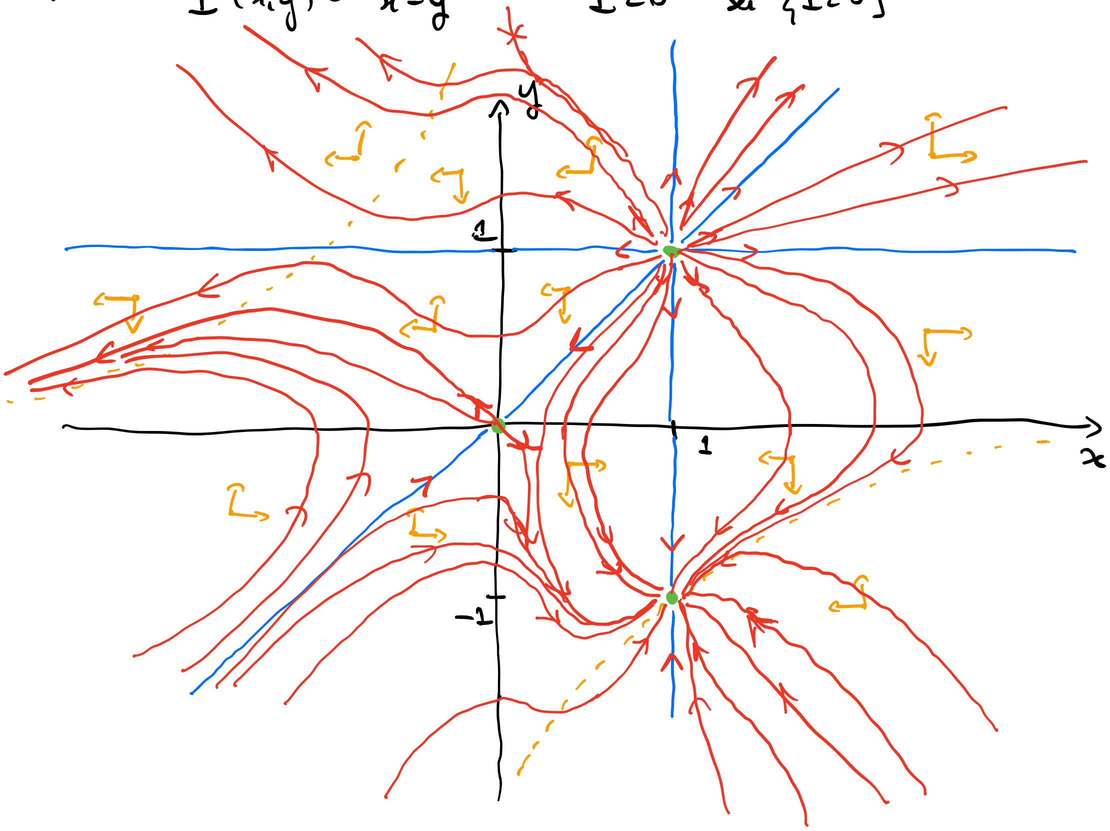
$JF(1,1) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ nodo instabile $\quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\quad v_2' = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$JF(1,-1) = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ nodo stabile improprio $\quad \underline{v}_{-2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Insiemi invarianti

- $I(x,y) = x-1 \qquad \dot{I} = 0$ su $\{I=0\}$
- $I(x,y) = y-1 \qquad$ " $\qquad$ "

• $I(x,y) = x - y \qquad \dot{I} = 0 \quad \text{su } \{I = 0\}$



Orbite periodiche : NON ESISTONO per la teoria dell'indice e le rette invarianti

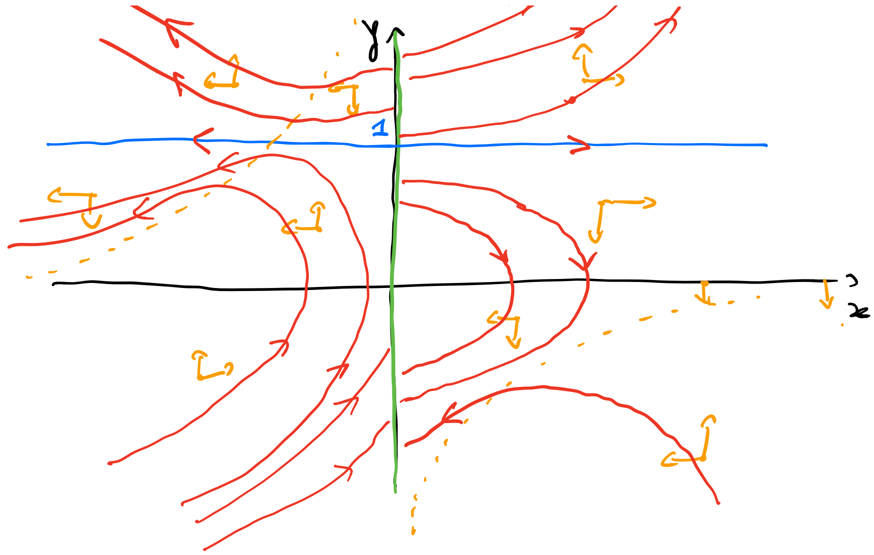
---

$\boxed{\mu = 0}$

$$\begin{cases} \dot{x} = xy(y^2+1) \\ \dot{y} = x(xy+1)(y-1) \end{cases}$$

Punti fissi $= \{(0,y) \,/\, \forall y \in \mathbb{R}\}$

Insiemi invarianti $= \{x=0\}, \ \{y=1\}$


y
1
x