Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=085319

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=085319

PARTE A

1. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log(\log(x^2))}{\log(x)}$$
vale

   A: 1 B: $N.A.$ C: $+\infty$ D: N.E. E: 0

2. L'integrale
$$\int_0^{1/n} \mathrm{e}^{n^2 x}\, dx, \quad \text{con } n \in \mathbb{N},$$
vale

   A: $\frac{e^{1/n}-1}{n}$ B: $1/n$ C: 0 D: N.A. E: $\frac{e^n-1}{n^2}$

3. Il numero di soluzioni di $z + i\,\overline{z} = 0$, è

   A: infinito B: 3 C: 2 D: N.A. E: 1

4. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log_3(x+1)$ nel punto $x_0 = 1$ è

   A: N.A. B: $\frac{x-1}{2} + \ln(2)$ C: x D: $\frac{x-1}{\log_3(3)}$ E: $\frac{\ln(2)}{\ln(3)} + \frac{x-1}{2\ln(3)}$

5. La funzione $f(x): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x|x|$ è

   A: limitata B: non derivabile in $x = 0$ C: non continua in $x = 0$ D: N.A. E: iniettiva

6. Il minimo e il massimo della funzione $f(x) = x\log(x)$ per $x \in]0, \mathrm{e}]$ sono

   A: entrambi non esistono B: min $= \mathrm{e}^{-1}$, max $= \mathrm{e}$, C: N.A. D: min $= N.E.$, max $= \mathrm{e}^1$
   E: min $= -1$, max $= \mathrm{e}$

7. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \Big\{ y = \frac{1}{x^{44}} : \quad \text{con } x \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \Big\},$$
valgono

   A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$
   E: N.A.

8. Il raggio di convergenza della serie di potenze
$$\sum_{n=17}^{+\infty} \frac{n\log(n)}{(n+1)\log(n^2)} (x + \mathrm{e}^2)^n$$
vale

   A: $R = +\infty$ B: $R = 1$ C: N.A. D: $R = 0$ E: $R = 4/3$

9. Il numero complesso $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2$ vale

   A: $1 + i$ B: 0 C: N.A. D: -1 E: i

10. L'integrale
$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + 4x^2}\, dx$$
vale

   A: $\pi/4$ B: $-\infty$ C: N.A. D: 0 E: 1

CODICE=085319

CODICE=085319

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=279811

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=279811

PARTE A

1. La funzione $f(x): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x|x|$ è

   A: iniettiva B: non derivabile in $x = 0$ C: N.A. D: limitata E: non continua in $x = 0$

2. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log_3(x+1)$ nel punto $x_0 = 1$ è

   A: N.A. B: x C: $\frac{\ln(2)}{\ln(3)} + \frac{x-1}{2\ln(3)}$ D: $\frac{x-1}{2} + \ln(2)$ E: $\frac{x-1}{\log_3(3)}$

3. Il limite

   $$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log(\log(x^2))}{\log(x)}$$

   vale

   A: 1 B: N.E. C: $+\infty$ D: 0 E: $N.A.$

4. Il raggio di convergenza della serie di potenze

   $$\sum_{n=17}^{+\infty} \frac{n\log(n)}{(n+1)\log(n^2)}(x+\mathrm{e}^2)^n$$

   vale

   A: N.A. B: $R = 0$ C: $R = 4/3$ D: $R = 1$ E: $R = +\infty$

5. Il minimo e il massimo della funzione $f(x) = x\log(x)$ per $x \in]0, \mathrm{e}]$ sono

   A: min $= \mathrm{e}^{-1}$, max $= \mathrm{e}$, B: N.A. C: min $= -1$, max $= \mathrm{e}$ D: entrambi non esistono
   E: min $= N.E.$, max $= \mathrm{e}^1$

6. Inf, min, sup e max dell'insieme

   $$A = \left\{ y = \frac{1}{x^{44}} : \quad \text{con } x \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \right\},$$

   valgono

   A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$

7. Il numero complesso $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2$ vale

   A: -1 B: N.A. C: 0 D: i E: $1+i$

8. L'integrale

   $$\int_0^{1/n} \mathrm{e}^{n^2 x}\, dx, \quad \text{con } n \in \mathbb{N},$$

   vale

   A: N.A. B: 0 C: $1/n$ D: $\frac{e^{1/n}-1}{n}$ E: $\frac{e^n-1}{n^2}$

9. Il numero di soluzioni di $z + i\,\overline{z} = 0$, è

   A: N.A. B: 1 C: 3 D: 2 E: infinito

10. L'integrale

    $$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+4x^2}\, dx$$

    vale

    A: 0 B: N.A. C: $\pi/4$ D: 1 E: $-\infty$

CODICE=279811

CODICE=279811

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=949504

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=949504

PARTE A

1. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \left\{ y = \frac{1}{x^{44}} : \quad \text{con } x \in \mathbb{R} \backslash \{0\} \right\},$$
valgono
A: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

2. Il numero complesso $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2$ vale
A: i B: -1 C: N.A. D: 0 E: $1+i$

3. La funzione $f(x): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x|x|$ è
A: iniettiva B: non continua in $x = 0$ C: limitata D: N.A. E: non derivabile in $x = 0$

4. Il minimo e il massimo della funzione $f(x) = x \log(x)$ per $x \in]0, \mathrm{e}]$ sono
A: $\min = N.E.$, $\max = \mathrm{e}^1$ B: $\min = \mathrm{e}^{-1}$, $\max = \mathrm{e}$, C: $\min = -1$, $\max = \mathrm{e}$ D: N.A. E: entrambi non esistono

5. Il raggio di convergenza della serie di potenze
$$\sum_{n=17}^{+\infty} \frac{n \log(n)}{(n+1) \log(n^2)} (x + \mathrm{e}^2)^n$$
vale
A: $R = 4/3$ B: $R = 0$ C: $R = 1$ D: N.A. E: $R = +\infty$

6. Il limite
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\log(\log(x^2))}{\log(x)}$$
vale
A: N.E. B: 1 C: 0 D: $N.A.$ E: $+\infty$

7. L'integrale
$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + 4x^2} \, dx$$
vale
A: $-\infty$ B: N.A. C: $\pi/4$ D: 0 E: 1

8. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log_3(x+1)$ nel punto $x_0 = 1$ è
A: N.A. B: $\frac{x-1}{2} + \ln(2)$ C: $\frac{x-1}{\log_3(3)}$ D: $\frac{\ln(2)}{\ln(3)} + \frac{x-1}{2\ln(3)}$ E: x

9. L'integrale
$$\int_0^{1/n} \mathrm{e}^{n^2 x} \, dx, \quad \text{con } n \in \mathbb{N},$$
vale
A: N.A. B: $\frac{e^{1/n}-1}{n}$ C: 0 D: $\frac{e^n - 1}{n^2}$ E: $1/n$

10. Il numero di soluzioni di $z + i\,\overline{z} = 0$, è
A: 1 B: N.A. C: 2 D: infinito E: 3

CODICE=949504

CODICE=949504

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=501118

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=501118

PARTE A

1. Il minimo e il massimo della funzione $f(x) = x\log(x)$ per $x \in]0, \mathrm{e}]$ sono

   A: N.A. B: entrambi non esistono C: min $= -1$, max $= \mathrm{e}$ D: min $= \mathrm{e}^{-1}$, max $= \mathrm{e}$, E: min $= N.E.$, max $= \mathrm{e}^1$

2. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log(\log(x^2))}{\log(x)}$$
   vale

   A: $+\infty$ B: N.E. C: 0 D: $N.A.$ E: 1

3. Il numero di soluzioni di $z + i\,\overline{z} = 0$, è

   A: infinito B: 2 C: 3 D: 1 E: N.A.

4. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log_3(x+1)$ nel punto $x_0 = 1$ è

   A: $\frac{x-1}{2} + \ln(2)$ B: $\frac{x-1}{\log_3(3)}$ C: x D: $\frac{\ln(2)}{\ln(3)} + \frac{x-1}{2\ln(3)}$ E: N.A.

5. Il raggio di convergenza della serie di potenze
$$\sum_{n=17}^{+\infty} \frac{n\log(n)}{(n+1)\log(n^2)}(x+\mathrm{e}^2)^n$$
   vale

   A: $R = 1$ B: $R = +\infty$ C: $R = 4/3$ D: N.A. E: $R = 0$

6. Il numero complesso $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2$ vale

   A: $1 + i$ B: 0 C: i D: -1 E: N.A.

7. L'integrale
$$\int_0^{1/n} \mathrm{e}^{n^2 x}\, dx, \quad \text{con } n \in \mathbb{N},$$
   vale

   A: N.A. B: $1/n$ C: $\frac{e^{1/n}-1}{n}$ D: $\frac{e^n-1}{n^2}$ E: 0

8. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \left\{ y = \frac{1}{x^{44}} : \quad \text{con } x \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \right\},$$
   valgono

   A: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ E: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$

9. L'integrale
$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+4x^2}\, dx$$
   vale

   A: 1 B: $-\infty$ C: 0 D: N.A. E: $\pi/4$

10. La funzione $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x|x|$ è

    A: N.A. B: iniettiva C: non continua in $x = 0$ D: limitata E: non derivabile in $x = 0$

CODICE=501118

CODICE=501118

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	○	○	○	○	●
3	●	○	○	○	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	○	○	●
6	○	○	●	○	○
7	○	○	●	○	○
8	○	●	○	○	○
9	○	○	○	○	●
10	●	○	○	○	○

CODICE=085319

CODICE=085319

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	●	○	○	○	○
2	○	○	●	○	○
3	○	○	○	●	○
4	○	○	○	●	○
5	○	●	○	○	○
6	○	○	○	○	●
7	○	○	○	●	○
8	○	○	○	○	●
9	○	○	○	○	●
10	○	○	●	○	○

CODICE=279811

CODICE=279811

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	●	○	○
2	●	○	○	○	○
3	●	○	○	○	○
4	○	○	○	●	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	●	○	○
7	○	○	●	○	○
8	○	○	○	●	○
9	○	○	○	●	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=949504

CODICE=949504

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	●	○	○	○	○
2	○	○	●	○	○
3	●	○	○	○	○
4	○	○	○	●	○
5	●	○	○	○	○
6	○	○	●	○	○
7	○	○	○	●	○
8	○	○	○	○	●
9	○	○	○	○	●
10	○	●	○	○	○

CODICE=501118

CODICE=501118

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=665651

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=665651

PARTE A

1. Il numero di soluzioni di $z - i\,\overline{z} = 0$, è

   A: N.A. B: 3 C: 0 D: 2 E: 1

2. Il limite

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x(\log(x))}{\log(x^2)}$$

   vale

   A: N.A. B: N.E. C: $+\infty$ D: 0 E: 1

3. La funzione $f(x) = \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^2|x^2|$ è

   A: N.A. B: iniettiva C: limitata D: non continua in $x = 0$ E: non derivabile in $x = 0$

4. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log_5(x + 2)$ nel punto $x_0 = 1$ è

   A: $\frac{x-1}{5} + \log(5)$ B: $\frac{x-1}{\log(5)}$ C: x D: N.A. E: $\frac{\log(3)}{\log(5)} + \frac{x-1}{3\log(5)}$

5. Il minimo e il massimo della funzione $f(x) = 2x\log(x^2)$ per $x \in]0, \mathrm{e}]$ sono

   A: min $= N.E.$, max $= \mathrm{e}^{\mathrm{e}}$ B: N.A. C: entrambi non esistono D: min $= -4/\mathrm{e}$, max $= 4\mathrm{e}$
   E: min $= -\mathrm{e}^{-1}$, max $= 4\mathrm{e}$,

6. Il numero complesso $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2$ vale

   A: i B: 1 C: 0 D: N.A. E: $1 + i$

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \Big\{y = \frac{1}{x^{45}} \quad \text{con } x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}\Big\},$$

   valgono

   A: N.A. B: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ E: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$

8. Il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=46}^{+\infty} \frac{(n^3 + 1)\log(n^2)}{n\log(n)}(x - \pi)^n$$

   vale

   A: $R = +\infty$ B: $R = 3/2$ C: N.A. D: $R = 4/3$ E: $R = 0$

9. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{4 + x^2}\,dx$$

   vale

   A: 1 B: N.A. C: $-\infty$ D: $\pi/2$ E: 0

10. L'integrale

$$\int_0^{1/n^2} \mathrm{e}^{nx}, \quad \text{con } n \in \mathbb{N},$$

   vale

   A: 0 B: N.A. C: $\frac{\mathrm{e}^n - 1}{n^2}$ D: $\frac{\mathrm{e}^{1/n} - 1}{n}$ E: $1/(2n^2)$

CODICE=665651

CODICE=665651

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=115767

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=115767

PARTE A

1. L'integrale
$$\int_0^{1/n^2} e^{nx}, \quad \text{con } n \in \mathbb{N},$$
vale
A: $\frac{e^{1/n}-1}{n}$ B: 0 C: $1/(2n^2)$ D: N.A. E: $\frac{e^n-1}{n^2}$

2. Il numero di soluzioni di $z - i\,\overline{z} = 0$, è
A: 1 B: N.A. C: 3 D: 2 E: 0

3. Il minimo e il massimo della funzione $f(x) = 2x\log(x^2)$ per $x \in]0, e]$ sono
A: min $= -4/e$, max $= 4e$ B: N.A. C: entrambi non esistono D: min $= N.E.$, max $= e^e$
E: min $= -e^{-1}$, max $= 4e$,

4. L'integrale
$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{4+x^2}\,dx$$
vale
A: N.A. B: 1 C: $\pi/2$ D: 0 E: $-\infty$

5. Il raggio di convergenza della serie di potenze
$$\sum_{n=46}^{+\infty} \frac{(n^3+1)\log(n^2)}{n\log(n)}(x-\pi)^n$$
vale
A: N.A. B: $R = 4/3$ C: $R = 3/2$ D: $R = +\infty$ E: $R = 0$

6. La funzione $f(x) = \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^2|x^2|$ è
A: non continua in $x = 0$ B: N.A. C: limitata D: iniettiva E: non derivabile in $x = 0$

7. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x(\log(x))}{\log(x^2)}$$
vale
A: N.A. B: $+\infty$ C: N.E. D: 0 E: 1

8. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \left\{ y = \frac{1}{x^{45}} \quad \text{con } x \in \mathbb{R}\backslash\{0\} \right\},$$
valgono
A: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ D: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

9. Il numero complesso $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2$ vale
A: i B: 1 C: N.A. D: $1+i$ E: 0

10. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log_5(x+2)$ nel punto $x_0 = 1$ è
A: x B: $\frac{x-1}{5} + \log(5)$ C: $\frac{\log(3)}{\log(5)} + \frac{x-1}{3\log(5)}$ D: N.A. E: $\frac{x-1}{\log(5)}$

CODICE=115767

CODICE=115767

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=720421

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=720421

PARTE A

1. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x(\log(x))}{\log(x^2)}$$
vale
A: N.E. B: N.A. C: 1 D: 0 E: $+\infty$

2. Il raggio di convergenza della serie di potenze
$$\sum_{n=46}^{+\infty} \frac{(n^3+1)\log(n^2)}{n\log(n)}(x-\pi)^n$$
vale
A: $R=+\infty$ B: $R=3/2$ C: $R=4/3$ D: N.A. E: $R=0$

3. La funzione $f(x)=\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=x^2|x^2|$ è
A: iniettiva B: non continua in $x=0$ C: limitata D: N.A. E: non derivabile in $x=0$

4. L'integrale
$$\int_0^{1/n^2} \mathrm{e}^{nx}, \quad \text{con } n\in\mathbb{N},$$
vale
A: $\frac{\mathrm{e}^{1/n}-1}{n}$ B: $1/(2n^2)$ C: N.A. D: $\frac{\mathrm{e}^{n}-1}{n^2}$ E: 0

5. L'integrale
$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{4+x^2}\,dx$$
vale
A: $-\infty$ B: 0 C: $\pi/2$ D: N.A. E: 1

6. La retta tangente al grafico di $y(x)=\log_5(x+2)$ nel punto $x_0=1$ è
A: $\frac{x-1}{\log(5)}$ B: N.A. C: x D: $\frac{\log(3)}{\log(5)}+\frac{x-1}{3\log(5)}$ E: $\frac{x-1}{5}+\log(5)$

7. Il numero complesso $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2$ vale
A: 1 B: $1+i$ C: i D: 0 E: N.A.

8. Il numero di soluzioni di $z-i\,\overline{z}=0$, è
A: 1 B: 0 C: 2 D: 3 E: N.A.

9. Il minimo e il massimo della funzione $f(x)=2x\log(x^2)$ per $x\in]0,\mathrm{e}]$ sono
A: $\min=-\mathrm{e}^{-1}$, $\max=4\mathrm{e}$, B: entrambi non esistono C: N.A. D: $\min=N.E.$, $\max=\mathrm{e}^{\mathrm{e}}$ E: $\min=-4/\mathrm{e}$, $\max=4\mathrm{e}$

10. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A=\left\{y=\frac{1}{x^{45}} \quad \text{con } x\in\mathbb{R}\backslash\{0\}\right\},$$
valgono
A: N.A. B: $\{0,N.E.,1,N.E.\}$ C: $\{-\infty,N.E.,+\infty,N.E.\}$ D: $\{-1,N.E.,1,N.E.\}$ E: $\{0,N.E.,+\infty,N.E.\}$

CODICE=720421

CODICE=720421

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=273053

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=273053

PARTE A

1. Il numero di soluzioni di $z - i\,\overline{z} = 0$, è

   A: 0 B: 3 C: 1 D: N.A. E: 2

2. Il minimo e il massimo della funzione $f(x) = 2x\log(x^2)$ per $x \in]0, \mathrm{e}]$ sono

   A: min $= -4/\mathrm{e}$, max $= 4\mathrm{e}$ B: entrambi non esistono C: min $= N.E.$, max $= \mathrm{e}^{\mathrm{e}}$ D: N.A. E: min $= -\mathrm{e}^{-1}$, max $= 4\mathrm{e}$,

3. L'integrale
$$\int_0^{1/n^2} \mathrm{e}^{nx}, \quad \text{con } n \in \mathbb{N},$$
   vale

   A: N.A. B: $\frac{\mathrm{e}^n-1}{n^2}$ C: 0 D: $\frac{\mathrm{e}^{1/n}-1}{n}$ E: $1/(2n^2)$

4. La retta tangente al grafico di $y(x) = \log_5(x+2)$ nel punto $x_0 = 1$ è

   A: $\frac{x-1}{\log(5)}$ B: $\frac{\log(3)}{\log(5)} + \frac{x-1}{3\log(5)}$ C: x D: $\frac{x-1}{5} + \log(5)$ E: N.A.

5. Il numero complesso $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2$ vale

   A: 1 B: N.A. C: 0 D: $1+i$ E: i

6. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \left\{ y = \frac{1}{x^{45}} \quad \text{con } x \in \mathbb{R}\setminus\{0\} \right\},$$
   valgono

   A: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{-1, N.E., 1, N.E.\}$ C: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: N.A.

7. La funzione $f(x) = \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^2|x^2|$ è

   A: iniettiva B: limitata C: N.A. D: non continua in $x = 0$ E: non derivabile in $x = 0$

8. Il raggio di convergenza della serie di potenze
$$\sum_{n=46}^{+\infty} \frac{(n^3+1)\log(n^2)}{n\log(n)}(x-\pi)^n$$
   vale

   A: $R = 3/2$ B: $R = +\infty$ C: $R = 4/3$ D: N.A. E: $R = 0$

9. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x(\log(x))}{\log(x^2)}$$
   vale

   A: N.A. B: 0 C: 1 D: $+\infty$ E: N.E.

10. L'integrale
$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{4+x^2}\,dx$$
    vale

    A: 1 B: N.A. C: $\pi/2$ D: 0 E: $-\infty$

CODICE=273053

CODICE=273053

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	●	○	○	○	○
2	○	○	●	○	○
3	●	○	○	○	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	○	●	○
6	○	○	○	●	○
7	○	○	●	○	○
8	○	○	●	○	○
9	○	●	○	○	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=665651

CODICE=665651

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	●	○	○	○	○
2	○	●	○	○	○
3	●	○	○	○	○
4	●	○	○	○	○
5	●	○	○	○	○
6	○	●	○	○	○
7	○	●	○	○	○
8	○	○	○	○	●
9	○	○	●	○	○
10	○	○	●	○	○

CODICE=115767

CODICE=115767

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	○	○	○	●	○
3	○	○	○	●	○
4	●	○	○	○	○
5	○	○	○	●	○
6	○	○	○	●	○
7	○	○	○	○	●
8	○	○	○	○	●
9	○	○	○	○	●
10	○	○	●	○	○

CODICE=720421

CODICE=720421

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	●	○	○	○	○
3	○	○	○	●	○
4	○	●	○	○	○
5	○	●	○	○	○
6	○	○	○	●	○
7	○	○	●	○	○
8	○	○	○	●	○
9	○	○	○	●	○
10	○	●	○	○	○

CODICE=273053

CODICE=273053

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

27 gennaio 2026

PARTE B

1 Studiare, al variare di $a \in \mathbb{R}$, la natura degli eventuali punti critici della funzione

$$f(x) = ax^3 - a^2x^2 + x + 1 \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Soluzione: Cerchiamo intanto i punti critici che risolvono l'equazione

$$f'(x) = 3ax^2 - 2a^2x + 1 = 0.$$

Si tratta di una equazione di secondo grado e il discriminante (funzione di a) risulta essere $\Delta_a = 4a^4 - 12a = 4a(a^3 - 3)$. Dallo studio del segno si vede che

$$\Delta_a > 0 \quad \text{per } a \in]-\infty, 0[\cup]3^{1/3}, +\infty[;$$

$$\Delta_a = 0 \quad \text{per } a = 0, 3^{1/3};$$

$$\Delta_a < 0 \quad \text{per } a \in]0, 3^{1/3}[.$$

Pertanto per $a \in]0, 3^{1/3}[$ non ci sono punti critici. Per $a = 0$, l'equazione non ha soluzione, e per $a = 3^{1/3}$ c'è un solo punto critico. In tal caso, dato che $a > 0$ si ha che la funzione f risulta con derivata positiva in tutti i punti eccetto che in uno in cui si annulla. f è pertanto strettamente crescente e l'unico punto stazionario $x_1 = 3^{-2/3}$ è punto di flesso.

Per $a \in]-\infty, 0[\cup]3^{1/3}, +\infty[$ si hanno due punti stazionari distinti

$$x_1 = \frac{a^2 + \sqrt{a(a^3 - 3)}}{3a} \qquad x_2 = \frac{a^2 - \sqrt{a(a^3 - 3)}}{3a}.$$

Calcolando la derivata seconda di f si ha $f''(x) = 6ax - 2a^2$ e quindi

$$f''(x_1) = 2\sqrt{a(a^3 - 3)} > 0 \qquad \text{e} \qquad f''(x_1) = -2\sqrt{a(a^3 - 3)} < 0.$$

Quindi abbiamo un minimo (relativo) in x_1 e un massimo relativo in x_2. Osserviamo che per $a < 0$ si ha $x_1 > x_2$, mentre per $a > 3^{1/3}$ si ha l'opposto $x_2 > x_1$.

Lo stesso risultato si poteva anche ottenere studiando i cambi di segno della derivata prima.

2 Al variare del parametro reale $\beta > 0$, determinare la convergenza assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\ln\left(1 + \frac{1}{n^\beta}\right) - \sin\left(\frac{1}{n^2}\right) \right].$$

Soluzione.

Per determinare il carattere della serie, analizziamo il comportamento del termine generale $a_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n^\beta}\right) - \sin\left(\frac{1}{n^2}\right)$ per $n \to \infty$. Utilizziamo gli sviluppi di Taylor centrati in $t = 0$:

$$\ln(1+t) = t - \frac{t^2}{2} + o(t^2), \quad \sin(t) = t + o(t^2)$$

Sostituendo $t = 1/n^\beta$ e $t = 1/n^2$, il termine generale diventa:

$$a_n = \left(\frac{1}{n^\beta} - \frac{1}{2n^{2\beta}} + o\left(\frac{1}{n^{2\beta}}\right)\right) - \left(\frac{1}{n^2} + o\left(\frac{1}{n^4}\right)\right)$$

Lo studio si divide in tre casi basati sul confronto tra gli esponenti β e 2:

1. Caso ($0 < \beta < 2$). Per $\beta < 2$, il termine dominante è $\frac{1}{n^\beta}$. Infatti:

$$a_n = \frac{1}{n^\beta}\left(1 - \frac{1}{2n^\beta} - \frac{n^\beta}{n^2} + \dots\right) \sim \frac{1}{n^\beta}$$

Per il criterio del confronto asintotico con la serie armonica generalizzata:

- Se $0 < \beta \leq 1$, la serie diverge (positivamente).
- Se $1 < \beta < 2$, la serie converge asssolutamente.

2. Caso ($\beta > 2$). Per $\beta > 2$, il termine $1/n^2$ è l'infinitesimo di ordine minore rispetto a $1/n^\alpha$. Quindi:

$$a_n \sim -\frac{1}{n^2}$$

Poiché l'esponente $2 > 1$, la serie converge assolutamente.

3. Caso ($\beta = 2$) In questo caso, i termini di ordine $1/n^2$ si cancellano:

$$a_n = \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{2n^4} + o\left(\frac{1}{n^4}\right)\right) - \left(\frac{1}{n^2} + o\left(\frac{1}{n^4}\right)\right) = -\frac{1}{2n^4} + o\left(\frac{1}{n^4}\right)$$

Dato che $a_n \sim -\frac{1}{2n^4}$, la serie converge assolutamente.

Conclusione: La serie $\sum |a_n|$ converge se e solo se $\alpha > 1$.

3 Sia $\omega > 0$. Si consideri l'equazione differenziale lineare del secondo ordine:

$$y''(x) + 4y(x) = \cos(\omega x).$$

a) Trovare la soluzione y_ω del problema di Cauchy con condizioni iniziali $y(0) = 0, y'(0) = 0$ nel caso non risonante ($\omega \neq 2$);

b) Trovare la soluzione dello stesso problema di Cauchy nel caso $\omega = 2$;

c) Studiare se le soluzioni y_ω convergono (a x fissato) quando $\omega \to 2$, alla soluzione risonante dello stesso problema con $\omega = 2$.

Soluzione. L'equazione omogenea associata è $Y'' + 4Y = 0$. Il polinomio caratteristico è $\lambda^2 + 4 = 0$, le cui radici sono $\lambda = \pm 2i$. La soluzione dell'omogenea è:

$$Y(x) = c_1 \cos(2x) + c_2 \sin(2x)$$

e una soluzione particolare nel caso "Non Risonante" ($\omega \neq 2$) deve essere della forma

$$y_{NR}(x) = A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x).$$

Dall'altro lato, le soluzioni nel caso "Risonante" devono essere della forma:

$$y_R(x) = x(A\cos(2x) + B\sin(2x)).$$

a) Caso non risonante ($\omega \neq 2$): Cerchiamo una soluzione particolare $y_f(x) = A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x)$. Sostituendo: si trova $B = 0$ e $A(-\omega^2 + 4)\cos(\omega x) = \cos(\omega x) \implies A = \frac{1}{4-\omega^2}$. Pertanto, la soluzione generale (integrale generale) è

$$y(x) = c_1\cos(2x) + c_2\sin(2x) + \frac{1}{4-\omega^2}\cos(\omega x)$$

Imponendo le condizioni iniziali $y(0) = 0$ e $y'(0) = 0$, otteniamo la soluzione:

$$y(x) = \frac{1}{4-\omega^2}(\cos(\omega x) - \cos(2x)).$$

b) Caso risonante: Calcoli analoghi mostrano che la soluzione nel caso $\omega = 2$ vale

$$y_2(x) = \frac{1}{4}x\sin(2x).$$

c) Limite: Supponendo che la soluzione risonante $y_2(x)$ sia il limite puntuale (cioè il limite calcolato a x fissato, per ogni $x \in \mathbb{R}$) di $y_\omega(x)$, dobbiamo calcolare

$$y_2(x) = \lim_{\omega\to 2}\frac{\cos(\omega x) - \cos(2x)}{4-\omega^2}$$

Poiché per $\omega = 2$ otteniamo una forma indeterminata $\frac{0}{0}$, applichiamo la regola di de l'Hôpital derivando rispetto al parametro ω (per x fissato):

$$\begin{aligned} y_2(x) &= \lim_{\omega\to 2}\frac{\frac{d}{d\omega}(\cos(\omega x) - \cos(2x))}{\frac{d}{d\omega}(4-\omega^2)} \\ &= \lim_{\omega\to 2}\frac{-x\sin(\omega x)}{-2\omega} = \frac{-x\sin(2x)}{-4} = \frac{1}{4}x\sin(2x). \end{aligned}$$

1. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione due volte derivabile. tale che

   (a) $f(0) = f(1) = 0$;

   (b) $f'(0) = f'(1) = 0$;

   (c) $|f''(x)| \le 1$ per ogni $x \in (0,1)$.

   Dimostrare che $|f(x)| \le \frac{1}{2}\min\{x^2, (1-x)^2\}$ per ogni $x \in [0,1]$.

   Soluzione. Sia $x \in (0,1)$. Possiamo usare le ipotesi che $f(0) = f'(0) = 0$ per dedurre che $f'(t) = f'(0) + \int_0^t f''(s)\,ds = \int_0^t f''(s)\,ds$ e quindi integrando ancora che $f(x) = \int_0^x f'(t)\,dt$ e dunque che

$$f(x) = \int_0^x \Big(\int_0^t f''(s)\,ds\Big)\,dt.$$

   Allor stesso modo usando che $f(1) = f'(1) = 0$ otteniamo

$$f(x) = \int_x^1 \Big(\int_t^1 f''(s)\,ds\Big)\,dt.$$

   Usando quindi che $|f''| \le 1$ si ricavano le seguenti stime:

- Se $x \in (0, \frac{1}{2}]$, allora
$$|f(x)| \leq \int_0^x t\,dt = \frac{1}{2}x^2;$$
- Se $x \in [\frac{1}{2}, 1)$, allora
$$|f(x)| \leq \int_x^1 (1-t)\,dt = \frac{1}{2} - x + \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}(1-x)^2.$$

Pertanto, osservando che $x^2 \leq (1-x)^2$ per $0 \leq x \leq 1/2$ e anche che $x^2 \geq (1-x)^2$ per $1/2 \leq x \leq 1$, si ha
$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}\min\{x^2, (1-x)^2\} \qquad 0 \leq x \leq 1/2$$
$$\frac{1}{2}(1-x)^2 = \frac{1}{2}\min\{x^2, (1-x)^2\} \qquad 1/2 \leq x \leq 1,$$
da cui la tesi.