

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

28 gennaio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=298143

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_{1/e}^1 |\log(x)| dx$$

vale

A: 0 B: $2 - 2/e$ C: $2/e$ D: $1 - 2/e$ E: N.A.

2. L'integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx$$

vale

A: N.A. B: $5/6$ C: $-2/3$ D: N.E. E: $5/3$

3. Sia $z = -i$ allora la parte reale di $(z^2 \bar{z})^3$ vale

A: 1 B: -1 C: 2 D: 0 E: N.A.

4. La funzione $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } x > 0, \\ |x - 1| & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è

A: derivabile, ma non continua. B: N.A. C: né continua né derivabile. D: continua e derivabile. E: continua, ma non derivabile.

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[x]{x} - x}{|x| + 1}$$

vale

A: N.E. B: -1 C: N.A. D: +1 E: $+\infty$

6. Sia $y \in C^2(\mathbb{R})$ l'unica soluzione di $y''(x) = e^{-x^3}$ con $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ allora $y''(0)$ vale

A: $1 + \pi$ B: $-\pi$ C: N.A. D: 1 E: $\sin(0)$

7. Il massimo della funzione $f(x) = |\sqrt[3]{|x-1|}|$ per $x \in \mathbb{R}$ vale

A: N.E. B: 1 C: N.A. D: 0 E: $\sqrt{2}$

8. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\sin(x)$ vale

A: N.A. B: $x - x^3/3!$ C: $x - \pi/2$ D: $1 - \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi x}{2} - \frac{x^2}{2}$ E: x

9. Data $f(x) = \log(\sqrt{x+1})$, allora $f'(3/2)$ vale

A: 0 B: N.A. C: 2 D: $1/2$ E: -1

10. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (n^e + e^{n^2})(x - \pi)^n$$

vale

A: N.A. B: $1/e$ C: e D: π E: 0

CODICE=298143

CODICE=298143

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

28 gennaio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=941291

PARTE A

1. La funzione $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } x > 0, \\ |x-1| & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è

A: N.A. B: derivabile, ma non continua. C: continua e derivabile. D: continua, ma non derivabile. E: né continua né derivabile.

2. L'integrale

$$\int_{1/e}^1 |\log(x)| dx$$

vale

A: 0 B: $2 - 2/e$ C: $2/e$ D: $1 - 2/e$ E: N.A.

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} - x}{|x| + 1}$$

vale

A: N.E. B: +1 C: -1 D: N.A. E: $+\infty$

4. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\sin(x)$ vale

A: N.A. B: $x - \pi/2$ C: $x - x^3/3!$ D: x E: $1 - \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi x}{2} - \frac{x^2}{2}$

5. Sia $y \in C^2(\mathbb{R})$ l'unica soluzione di $y''(x) = e^{-x^3}$ con $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ allora $y''(0)$ vale

A: N.A. B: $1 + \pi$ C: $\sin(0)$ D: $-\pi$ E: 1

6. L'integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx$$

vale

A: $5/6$ B: N.A. C: $5/3$ D: $-2/3$ E: N.E.

7. Sia $z = -i$ allora la parte reale di $(z^2 \bar{z})^3$ vale

A: 1 B: N.A. C: 2 D: -1 E: 0

8. Data $f(x) = \log(\sqrt{x+1})$, allora $f'(3/2)$ vale

A: -1 B: 2 C: N.A. D: $1/2$ E: 0

9. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (n^e + e^{n^2})(x - \pi)^n$$

vale

A: 0 B: e C: N.A. D: π E: $1/e$

10. Il massimo della funzione $f(x) = |\sqrt[3]{|x-1|}|$ per $x \in \mathbb{R}$ vale

A: 1 B: N.E. C: 0 D: N.A. E: $\sqrt{2}$

CODICE=941291

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

28 gennaio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=654311

PARTE A

1. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\sin(x)$ vale

A: N.A. B: x C: $x - \pi/2$ D: $x - x^3/3!$ E: $1 - \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi x}{2} - \frac{x^2}{2}$

2. Il massimo della funzione $f(x) = |\sqrt[3]{|x-1|}|$ per $x \in \mathbb{R}$ vale

A: N.A. B: N.E C: 1 D: 0 E: $\sqrt{2}$

3. Data $f(x) = \log(\sqrt{x+1})$, allora $f'(3/2)$ vale

A: 1/2 B: N.A. C: -1 D: 0 E: 2

4. Sia $z = -i$ allora la parte reale di $(z^2\bar{z})^3$ vale

A: 0 B: -1 C: 1 D: 2 E: N.A.

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} - x}{|x| + 1}$$

vale

A: $+\infty$ B: N.A. C: N.E. D: +1 E: -1

6. L'integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx$$

vale

A: N.E. B: 5/6 C: -2/3 D: N.A. E: 5/3

7. L'integrale

$$\int_{1/e}^1 |\log(x)| dx$$

vale

A: 0 B: 2/e C: N.A. D: $2 - 2/e$ E: $1 - 2/e$

8. Sia $y \in C^2(\mathbb{R})$ l'unica soluzione di $y''(x) = e^{-x^3}$ con $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ allora $y''(0)$ vale

A: $\sin(0)$ B: 1 C: $-\pi$ D: N.A. E: $1 + \pi$

9. La funzione $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } x > 0, \\ |x-1| & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è

A: continua e derivabile. B: continua, ma non derivabile. C: N.A. D: derivabile, ma non continua. E: né continua né derivabile.

10. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (n^e + e^{n^2})(x - \pi)^n$$

vale

A: π B: N.A. C: e D: 0 E: 1/e

CODICE=654311

CODICE=654311

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

28 gennaio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=526417

PARTE A

1. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} - x}{|x| + 1}$$

vale

A: $+\infty$ B: N.E. C: -1 D: N.A. E: $+1$

2. L'integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{x^3 - 1}{x - 1} dx$$

vale

A: $5/6$ B: $5/3$ C: $-2/3$ D: N.E. E: N.A.

3. Data $f(x) = \log(\sqrt{x+1})$, allora $f'(3/2)$ vale

A: -1 B: 2 C: 0 D: N.A. E: $1/2$

4. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\sin(x)$ vale

A: $1 - \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi x}{2} - \frac{x^2}{2}$ B: x C: N.A. D: $x - \pi/2$ E: $x - x^3/3!$

5. La funzione $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{per } x > 0, \\ |x-1| & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è

A: derivabile, ma non continua. B: né continua né derivabile. C: continua, ma non derivabile. D: continua e derivabile. E: N.A.

6. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (n^e + e^{n^2})(x - \pi)^n$$

vale

A: 0 B: $1/e$ C: π D: e E: N.A.

7. L'integrale

$$\int_{1/e}^1 |\log(x)| dx$$

vale

A: $1 - 2/e$ B: $2 - 2/e$ C: $2/e$ D: N.A. E: 0

8. Sia $z = -i$ allora la parte reale di $(z^2 \bar{z})^3$ vale

A: 0 B: 1 C: 2 D: N.A. E: -1

9. Sia $y \in C^2(\mathbb{R})$ l'unica soluzione di $y''(x) = e^{-x^3}$ con $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ allora $y''(0)$ vale

A: 1 B: N.A. C: $\sin(0)$ D: $1 + \pi$ E: $-\pi$

10. Il massimo della funzione $f(x) = |\sqrt[3]{x-1}|$ per $x \in \mathbb{R}$ vale

A: 0 B: N.E. C: $\sqrt{2}$ D: 1 E: N.A.

CODICE=526417

CODICE=526417

CODICE=298143

CODICE=941291

CODICE=654311

CODICE=526417

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

28 gennaio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=796202

PARTE A

1. Sia $z = -i$ allora la parte reale di $(z^3\bar{z})^2$ vale
A: 0 B: 2 C: -1 D: 1 E: N.A.
2. Il massimo della funzione $f(x) = |\ln|x-1||$ per $x \in \mathbb{R}$ vale
A: 0 B: N.E C: $\sqrt{2}$ D: 1 E: N.A.

3. L'integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{x^3+1}{x+1} dx$$

vale

- A: 5/6 B: N.E. C: -2/3 D: N.A. E: 5/3

4. La funzione $f(x) = \begin{cases} e^{-2x} & \text{per } x > 0, \\ |x-1| & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è

A: derivabile, ma non continua. B: continua e derivabile. C: N.A. D: né continua né derivabile. E: continua, ma non derivabile.

5. L'integrale

$$\int_1^e |\log(x)| dx$$

vale

- A: 1 B: 1/e C: e/2 D: 0 E: N.A.

6. Data $f(x) = \log(\sqrt[3]{x+1})$, allora $f'(3/2)$ vale
A: -1 B: 1/2 C: 0 D: 2 E: N.A.

7. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^e + e^n} (x - \pi)^n$$

vale

- A: e B: 1/e C: π D: N.A. E: 0

8. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x) - x}{|x| + 1}$$

vale

- A: $+\infty$ B: +1 C: N.E. D: -1 E: N.A.

9. Sia $y \in C^2(\mathbb{R})$ l'unica soluzione di $y''(x) = (2\pi)^{x^4}$ con $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ allora $y''(0)$ vale
A: N.A. B: 1 C: $-\pi$ D: $1 + \pi$ E: $\sin(0)$

10. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\cos(x)$ vale

- A: N.A. B: $x - \pi/2$ C: $1 - \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi x}{2} - \frac{x^2}{2}$ D: $x - x^3/3!$ E: x

CODICE=796202

CODICE=796202

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

28 gennaio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=588514

PARTE A

1. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^e + e^n} (x - \pi)^n$$

vale

A: π B: e C: $1/e$ D: 0 E: N.A.

2. Data $f(x) = \log(\sqrt[3]{x+1})$, allora $f'(3/2)$ vale

A: $1/2$ B: -1 C: N.A. D: 0 E: 2

3. Il massimo della funzione $f(x) = |\ln|x-1||$ per $x \in \mathbb{R}$ vale

A: 1 B: 0 C: N.E. D: $\sqrt{2}$ E: N.A.

4. L'integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{x^3 + 1}{x + 1} dx$$

vale

A: $5/3$ B: N.E. C: $5/6$ D: N.A. E: $-2/3$

5. La funzione $f(x) = \begin{cases} e^{-2x} & \text{per } x > 0, \\ |x-1| & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è

A: derivabile, ma non continua. B: continua, ma non derivabile. C: né continua né derivabile. D: continua e derivabile. E: N.A.

6. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\cos(x)$ vale

A: x B: N.A. C: $x - x^3/3!$ D: $x - \pi/2$ E: $1 - \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi x}{2} - \frac{x^2}{2}$

7. Sia $z = -i$ allora la parte reale di $(z^3 \bar{z})^2$ vale

A: -1 B: N.A. C: 0 D: 2 E: 1

8. Sia $y \in C^2(\mathbb{R})$ l'unica soluzione di $y''(x) = (2\pi)^{x^4}$ con $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ allora $y''(0)$ vale

A: $\sin(0)$ B: N.A. C: 1 D: $1 + \pi$ E: $-\pi$

9. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x) - x}{|x| + 1}$$

vale

A: -1 B: N.A. C: N.E. D: $+\infty$ E: $+1$

10. L'integrale

$$\int_1^e |\log(x)| dx$$

vale

A: $e/2$ B: 1 C: N.A. D: 0 E: $1/e$

CODICE=588514

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

28 gennaio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=771480

PARTE A

1. La funzione $f(x) = \begin{cases} e^{-2x} & \text{per } x > 0, \\ |x - 1| & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è

A: continua, ma non derivabile. B: continua e derivabile. C: N.A. D: né continua né derivabile. E: derivabile, ma non continua.

2. Data $f(x) = \log(\sqrt[3]{x+1})$, allora $f'(3/2)$ vale

A: -1 B: 0 C: 2 D: 1/2 E: N.A.

3. Sia $y \in C^2(\mathbb{R})$ l'unica soluzione di $y''(x) = (2\pi)^{x^4}$ con $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ allora $y''(0)$ vale

A: $-\pi$ B: $1 + \pi$ C: $\sin(0)$ D: 1 E: N.A.

4. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\cos(x)$ vale

A: $x - x^3/3!$ B: x C: $x - \pi/2$ D: $1 - \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi x}{2} - \frac{x^2}{2}$ E: N.A.

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x) - x}{|x| + 1}$$

vale

A: $+\infty$ B: N.E. C: +1 D: N.A. E: -1

6. L'integrale

$$\int_1^e |\log(x)| dx$$

vale

A: 1 B: $e/2$ C: N.A. D: $1/e$ E: 0

7. Il massimo della funzione $f(x) = |\ln|x-1||$ per $x \in \mathbb{R}$ vale

A: 1 B: N.A. C: 0 D: N.E. E: $\sqrt{2}$

8. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^e + e^n} (x - \pi)^n$$

vale

A: N.A. B: π C: 0 D: $1/e$ E: e

9. Sia $z = -i$ allora la parte reale di $(z^3 \bar{z})^2$ vale

A: 2 B: -1 C: N.A. D: 0 E: 1

10. L'integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{x^3 + 1}{x + 1} dx$$

vale

A: $5/6$ B: $-2/3$ C: N.E. D: $5/3$ E: N.A.

CODICE=771480

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

28 gennaio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=651722

PARTE A

1. Data $f(x) = \log(\sqrt[3]{x+1})$, allora $f'(3/2)$ vale

A: 2 B: 0 C: N.A. D: 1/2 E: -1

2. L'integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{x^3+1}{x+1} dx$$

vale

A: N.E. B: 5/6 C: -2/3 D: 5/3 E: N.A.

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x) - x}{|x| + 1}$$

vale

A: -1 B: N.A. C: N.E. D: +1 E: $+\infty$

4. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^e + e^n} (x - \pi)^n$$

vale

A: π B: 1/e C: e D: 0 E: N.A.

5. Il polinomio di Taylor di grado 2 in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ della funzione $\cos(x)$ vale

A: $1 - \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi x}{2} - \frac{x^2}{2}$ B: N.A. C: x D: $x - x^3/3!$ E: $x - \pi/2$

6. Sia $z = -i$ allora la parte reale di $(z^3 \bar{z})^2$ vale

A: 1 B: 0 C: 2 D: N.A. E: -1

7. L'integrale

$$\int_1^e |\log(x)| dx$$

vale

A: 1 B: 1/e C: e/2 D: N.A. E: 0

8. Il massimo della funzione $f(x) = |\ln|x-1||$ per $x \in \mathbb{R}$ vale

A: $\sqrt{2}$ B: N.A. C: 0 D: N.E E: 1

9. Sia $y \in C^2(\mathbb{R})$ l'unica soluzione di $y''(x) = (2\pi)^{x^4}$ con $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ allora $y''(0)$ vale

A: N.A. B: $-\pi$ C: $\sin(0)$ D: $1 + \pi$ E: 1

10. La funzione $f(x) = \begin{cases} e^{-2x} & \text{per } x > 0, \\ |x-1| & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è

A: continua e derivabile. B: N.A. C: né continua né derivabile. D: continua, ma non derivabile. E: derivabile, ma non continua.

CODICE=651722

CODICE=651722

CODICE=796202

CODICE=588514

CODICE=771480

CODICE=651722

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

28 gennaio 2025

1 Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ il numero di soluzioni di

$$\sqrt{\frac{x^3}{x+2}} = \lambda.$$

Soluzione. Per trovare il numero di soluzioni dobbiamo determinare l'andamento della funzione $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+2}}$. Intanto $f(x) \geq 0$ e studiando il dominio, si ha che $\frac{x^3}{x+2} \geq 0$ se e solo se $x \in D =]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$; inoltre f risulta continua per tutti i punti del dominio. Studiando limiti agli estremi del dominio si ha

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty, \quad f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0.$$

Calcolando la derivata prima si ha

$$f'(x) = \frac{x^2(x+3)}{\sqrt{\frac{x^3}{x+2}}(x+2)^2},$$

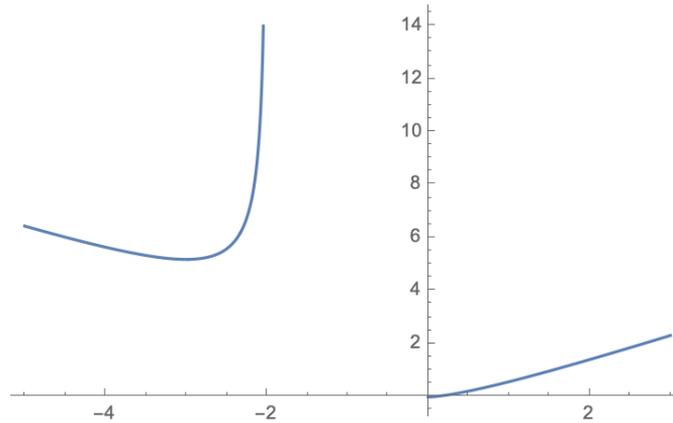
e quindi $f'(x) < 0$ per $x < -3$, e $f'(x) \geq 0$ per le $x \in D$ tali che $x \geq -3$. Dato che $f'(x) = 0$ se e solo se $x = 0$ e $x = -3$ si ha che la funzione è strettamente decrescente in $] -\infty, -3[$ e strettamente crescente in $] -3, -2[$ e in $[0, +\infty[$. Il punto $x = -3$ è punto di minimo locale e $f(-3) = 3\sqrt{3}$, mentre 0 è punto di minimo assoluto.

Il grafico approssimativo risulta quindi il seguente:

Dallo studio precedente ricaviamo quindi che non ci sono soluzioni per $\lambda < 0$. C'è una sola soluzione per $0 \leq \lambda < 3\sqrt{3}$. Due soluzioni per $\lambda = 3\sqrt{3}$ infine ci sono 3 soluzioni per $\lambda > 3\sqrt{3}$.

2 Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) + y(x) = \sum_{k=2}^5 \sin(kx), \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0, \end{cases}$$



Soluzione. L'equazione omogenea associata $Y'' + Y = 0$ ha come equazione caratteristica $\lambda^2 + 1 = 0$ e quindi le soluzioni sono

$$Y(x) = c_1 \sin(x) + c_2 \cos(x).$$

Per ogni $k \neq \pm 1$ non c'è risonanza e quindi possiamo risolvere l'equazione non omogenea con forzante $f_k(x) = \sin(kx)$, $k = 2, 3, 4, 5$ cercandola della forma $y_{f_k} = \alpha_k \sin(kx) + \beta_k \cos(kx)$. In tal modo otteniamo $y_{f_k}(x) = \frac{\sin(kx)}{1-k^2}$ e quindi l'integrale generale risulta (per linearità)

$$y(x) = c_1 \sin(x) + c_2 \cos(x) + \sum_{k=2}^5 \frac{\sin(kx)}{1-k^2}.$$

Imponendo le condizioni iniziali troviamo $c_1 = 0$ e

$$c_2 + \sum_{k=2}^5 \frac{k}{1-k^2} = 0$$

da cui $c_2 = 91/60$.

3 Trovare le soluzioni di

$$\left| \frac{z}{z+3} \right| \leq 1 \quad z \in \mathbb{C}.$$

Soluzione. Dato che il modulo del rapporto è uguale al rapporto dei moduli, possiamo riscrivere (per $z \neq -3$) la disequazione come $\frac{|z|}{|z+3|} \leq 1$ e dato che il modulo è sempre non-negativo la disequazione risulta equivalente a

$$|z| \leq |z+3| \quad z \neq -3.$$

Essendo entrambi i termini non negativi possiamo anche quadrare arrivando alla disequazione equivalente $|z|^2 \leq |z+3|^2$ e per $(x, y) \neq (-3, 0)$ la possiamo scrivere (con $z = x + iy$) come

$$x^2 + y^2 \leq x^2 + 6x + 9 + y^2,$$

da cui $x \geq -3/2$. Quindi le soluzioni sono tutti i numeri complessi con parte reale maggiore o uguale a $-3/2$.

4 Calcolare, se esistono, le formule di duplicazione e bisezione per le funzioni iperboliche $\sinh(x)$ e $\cosh(x)$.

Soluzione. Osserviamo che la funzione $\sinh(2x) = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2}$ ha numeratore che è differenza di due quadrati. Quindi usando formula per prodotto di somma e differenza

$$\sinh(2x) = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2} = \frac{(e^x - e^{-x})(e^x + e^x)}{2} = 2 \frac{e^x - e^{-x}}{2} \frac{e^x + e^x}{2} = 2 \sinh(x) \cosh(x),$$

che è molto simile alla formula di duplicazione di $\sin(x)$.

Per il $\cosh(2x)$ osserviamo che $\cosh(2x) = \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{2}$ e il numeratore è somma dei quadrati di e^x e di e^{-x} . Pertanto calcolando il quadrato del binomio

$$(e^x + e^{-x})^2 = e^{2x} + e^{-2x} + 2$$

e quindi

$$2 \cosh^2(x) = 2 \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)^2 = \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{2} + 1 = \cosh(2x) + 1.$$

da cui

$$\cosh(2x) = 2 \cosh^2(x) - 1,$$

che è quindi la formula di duplicazione del coseno iperbolico.

Ricordando che $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$ si ha anche

$$\cosh(2x) = 2 \sinh^2(x) + 1.$$

Le stesse formule possono anche essere lette al contrario considerando l'angolo x come il doppio di $x/2$ ottenendo e quindi

$$\cosh(x) = 2 \cosh^2(x/2) - 1 \quad \text{e} \quad \cosh(x) = 2 \sinh^2(x/2) + 1,$$

da cui

$$\cosh^2(x/2) = \frac{\cosh(x) + 1}{2} \quad \text{e} \quad \sinh^2(x/2) = \frac{\cosh(x) - 1}{2},$$

Ricordando che il coseno iperbolico è sempre maggiore o uguale a 1, mentre il seno iperbolico è positivo per $x > 0$ e negativo per $x < 0$ si ha infine

$$\cosh(x/2) = \sqrt{\frac{\cosh(x) + 1}{2}} \quad \text{e} \quad \sinh(x/2) = \begin{cases} \sqrt{\frac{\cosh(x) - 1}{2}} & \text{se } x \geq 0 \\ -\sqrt{\frac{\cosh(x) - 1}{2}} & \text{se } x < 0 \end{cases},$$