

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=449044

PARTE A

1. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x + a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua

A: $(a, 1 - a)$ B: $a = 0, b < 0$ C: $a > 0, (a, a^a)$ D: N.A. E: N.E.

2. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{2^{\log(x)} : x \in]0, 1[\},$$

valgono

A: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ B: $\{1, 1, 2, 2\}$ C: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ D: N.A. E: $\{0, 0, 1, 1\}$

3. Data $f(x) = \log(1 + 3x)$ allora $f^{(2)}(0)$ vale

A: -1 B: 1 C: 0 D: N.A. E: N.E.

4. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^{(3^n)}} x^n$$

vale

A: N.A. B: $+\infty$ C: 1 D: $1/2$ E: 0

5. Data $f(x) = (x^3)^{(x^2)}$ allora $f'(1)$ vale

A: 3 B: $\sqrt[3]{2}$ C: N.A. D: 2 E: N.E.

6. L'integrale improprio

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{2^x} dx$$

vale

A: 2^{-1} B: 1 C: N.A. D: N.E. E: $\frac{1}{\log(16)}$

7. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \log(x) \\ y(1) = 1 \end{cases}$ ha come soluzione

A: $y = x \log(x) - x + 2$ B: N.E. C: N.A. D: $y = x \log(x)$ E: $y = e^x + \log(x) - e$

8. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n^2(e + \sin(n^3))}$$

vale

A: N.E. B: $+\infty$ C: 0 D: N.A. E: 1

9. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \cos(2^3 x) dx$$

vale

A: 1 B: 0 C: N.A. D: π E: -1

10. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^4 + \|z\|^3\|$ vale

A: 1 B: 2 C: N.A. D: $\sqrt{3}$ E: $\sqrt{2}$

CODICE=449044

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=717570

PARTE A

1. L'integrale improprio

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{2^x} dx$$

vale

A: 2^{-1} B: 1 C: $\frac{1}{\log(16)}$ D: N.A. E: N.E.

2. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \log(x) \\ y(1) = 1 \end{cases}$ ha come soluzione

A: $y = x \log(x)$ B: N.E. C: $y = e^x + \log(x) - e$ D: N.A. E: $y = x \log(x) - x + 2$

3. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \cos(2^3 x) dx$$

vale

A: 0 B: -1 C: 1 D: π E: N.A.

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{2^{\log(x)} : x \in]0, 1[\},$$

valgono

A: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ B: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{1, 1, 2, 2\}$ E: $\{0, 0, 1, 1\}$

5. Data $f(x) = \log(1 + 3x)$ allora $f^{(2)}(0)$ vale

A: 0 B: 1 C: N.E. D: N.A. E: -1

6. Data $f(x) = (x^3)^{(x^2)}$ allora $f'(1)$ vale

A: 3 B: 2 C: N.E. D: $\sqrt[3]{2}$ E: N.A.

7. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n^2(e + \sin(n^3))}$$

vale

A: N.E. B: 0 C: N.A. D: $+\infty$ E: 1

8. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^4 + \|z\|^3\|$ vale

A: $\sqrt{2}$ B: 1 C: 2 D: N.A. E: $\sqrt{3}$

9. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^{(3^n)}} x^n$$

vale

A: $+\infty$ B: 0 C: N.A. D: $1/2$ E: 1

10. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x + a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua

A: $a = 0, b < 0$ B: N.E. C: N.A. D: $a > 0, (a, a^a)$ E: $(a, 1 - a)$

CODICE=717570

CODICE=717570

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=657798

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \cos(2^3 x) dx$$

vale

A: N.A. B: 1 C: 0 D: -1 E: π

2. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n^2(e + \sin(n^3))}$$

vale

A: 1 B: $+\infty$ C: N.E. D: 0 E: N.A.

3. Data $f(x) = \log(1 + 3x)$ allora $f^{(2)}(0)$ vale

A: 1 B: 0 C: -1 D: N.A. E: N.E.

4. L'integrale improprio

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{2^x} dx$$

vale

A: 2^{-1} B: N.A. C: 1 D: N.E. E: $\frac{1}{\log(16)}$

5. Data $f(x) = (x^3)^{(x^2)}$ allora $f'(1)$ vale

A: 3 B: N.A. C: $\sqrt[3]{2}$ D: 2 E: N.E.

6. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \log(x) \\ y(1) = 1 \end{cases}$ ha come soluzione

A: $y = e^x + \log(x) - e$ B: $y = x \log(x) - x + 2$ C: N.E. D: $y = x \log(x)$ E: N.A.

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{2^{\log(x)} : x \in]0, 1[\},$$

valgono

A: N.A. B: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ C: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ D: $\{0, 0, 1, 1\}$ E: $\{1, 1, 2, 2\}$

8. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^{(3^n)}} x^n$$

vale

A: 0 B: N.A. C: 1 D: 1/2 E: $+\infty$

9. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x + a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua

A: $a = 0, b < 0$ B: $(a, 1 - a)$ C: $a > 0, (a, a^a)$ D: N.A. E: N.E.

10. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^4 + \|z\|^3\|$ vale

A: 2 B: 1 C: $\sqrt{2}$ D: N.A. E: $\sqrt{3}$

CODICE=657798

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=645789

PARTE A

1. Data $f(x) = (x^3)^{(x^2)}$ allora $f'(1)$ vale

A: N.A. B: 3 C: $\sqrt[3]{2}$ D: N.E. E: 2

2. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \cos(2^3 x) dx$$

vale

A: -1 B: 1 C: 0 D: N.A. E: π

3. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^4 + \|z\|^3\|$ vale

A: $\sqrt{3}$ B: 2 C: 1 D: $\sqrt{2}$ E: N.A.

4. L'integrale improprio

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{2^x} dx$$

vale

A: N.A. B: 1 C: $\frac{1}{\log(16)}$ D: 2^{-1} E: N.E.

5. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{2^{\log(x)} : x \in]0, 1[\},$$

valgono

A: $\{0, 0, 1, 1\}$ B: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ C: $\{1, 1, 2, 2\}$ D: N.A. E: $\{0, 0, 1, N.E.\}$

6. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x + a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua

A: N.E. B: N.A. C: $a = 0, b < 0$ D: $a > 0, (a, a^a)$ E: $(a, 1 - a)$

7. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n^2(e + \sin(n^3))}$$

vale

A: 1 B: N.E. C: 0 D: $+\infty$ E: N.A.

8. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2(3^n)} x^n$$

vale

A: 1 B: 0 C: N.A. D: 1/2 E: $+\infty$

9. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \log(x) \\ y(1) = 1 \end{cases}$ ha come soluzione

A: $y = x \log(x)$ B: $y = x \log(x) - x + 2$ C: N.A. D: $y = e^x + \log(x) - e$ E: N.E.

10. Data $f(x) = \log(1 + 3x)$ allora $f^{(2)}(0)$ vale

A: 1 B: N.E. C: 0 D: -1 E: N.A.

CODICE=645789

CODICE=449044

CODICE=717570

CODICE=657798

CODICE=645789

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=624163

PARTE A

1. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x - a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua

A: $a = 0, b < 0$ B: N.A. C: N.E. D: $a > 0, (a, a^a)$ E: $a \in \mathbb{R}, (a, 1 - a)$

2. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{2^{-\ln(x)} : x \in]0, 1[\},$$

valgono

A: N.A. B: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ D: $\{1, 1, 2, 2\}$ E: $\{0, 0, 1, 1\}$

3. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = -\ln(x) \\ y(1) = 1 \end{cases}$ ha come soluzione

A: N.E. B: $y = x \ln(x)$ C: $y = x - x \ln(x)$ D: N.A. E: $y = e^x + \ln(x) - e$

4. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^4 - \|z\|^3\|$ vale

A: N.A. B: $\sqrt{3}$ C: 2 D: $\sqrt{2}$ E: 1

5. Data $f(x) = (x^2)^{(x^3)}$ allora $f'(1)$ vale

A: N.A. B: N.E. C: 2 D: 3 E: $\sqrt[3]{2}$

6. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n^2(e + \sin(n^3))}$$

vale

A: N.A. B: 1 C: 0 D: $+\infty$ E: N.E.

7. Data $f(x) = \log_{10}(1 + 3x)$ allora $f^{(2)}(0)$ vale

A: -1 B: 0 C: $-9/\ln(10)$ D: N.A. E: N.E.

8. L'integrale improprio

$$\int_3^{+\infty} \frac{1}{3^x} dx$$

vale

A: $\frac{1}{27 \ln(3)}$ B: 1 C: 2^{-1} D: N.A. E: N.E.

9. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \sin(2^3 x) dx$$

vale

A: N.A. B: π C: 1 D: 0 E: -1

10. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{2^{(3^n)}} x^n$$

vale

A: N.A. B: 1 C: $+\infty$ D: 0 E: $1/2$

CODICE=624163

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=454497

PARTE A

1. Data $f(x) = (x^2)^{(x^3)}$ allora $f'(1)$ vale

A: 3 B: $\sqrt[3]{2}$ C: N.A. D: N.E. E: 2

2. Data $f(x) = \log_{10}(1 + 3x)$ allora $f^{(2)}(0)$ vale

A: N.A. B: -1 C: 0 D: N.E. E: $-9/\ln(10)$

3. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{2^{-\ln(x)} : x \in]0, 1[\},$$

valgono

A: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ B: $\{0, 0, 1, 1\}$ C: N.A. D: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{1, 1, 2, 2\}$

4. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \sin(2^3 x) dx$$

vale

A: 0 B: N.A. C: 1 D: -1 E: π

5. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^4 - \|z\|^3\|$ vale

A: N.A. B: $\sqrt{2}$ C: 1 D: 2 E: $\sqrt{3}$

6. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x - a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua

A: N.A. B: $a \in \mathbb{R}, (a, 1 - a)$ C: $a > 0, (a, a^a)$ D: N.E. E: $a = 0, b < 0$

7. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = -\ln(x) \\ y(1) = 1 \end{cases}$ ha come soluzione

A: N.A. B: $y = x \ln(x)$ C: N.E. D: $y = e^x + \ln(x) - e$ E: $y = x - x \ln(x)$

8. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{2(3^n)} x^n$$

vale

A: $+\infty$ B: N.A. C: 1 D: 0 E: $1/2$

9. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n^2(e + \sin(n^3))}$$

vale

A: 1 B: $+\infty$ C: 0 D: N.A. E: N.E.

10. L'integrale improprio

$$\int_3^{+\infty} \frac{1}{3^x} dx$$

vale

A: N.A. B: 2^{-1} C: $\frac{1}{27 \ln(3)}$ D: 1 E: N.E.

CODICE=454497

CODICE=454497

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=793929

PARTE A

1. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n^2(e + \sin(n^3))}$$

vale

A: $+\infty$ B: 1 C: N.A. D: 0 E: N.E.

2. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = -\ln(x) \\ y(1) = 1 \end{cases}$ ha come soluzione

A: $y = e^x + \ln(x) - e$ B: N.A. C: $y = x - x \ln(x)$ D: $y = x \ln(x)$ E: N.E.

3. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x - a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua

A: $a \in \mathbb{R}, (a, 1 - a)$ B: $a = 0, b < 0$ C: N.E. D: N.A. E: $a > 0, (a, a^a)$

4. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \sin(2^3 x) dx$$

vale

A: 0 B: N.A. C: 1 D: π E: -1

5. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{2(3^n)} x^n$$

vale

A: $+\infty$ B: N.A. C: 1 D: 0 E: 1/2

6. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{2^{-\ln(x)} : x \in]0, 1[\},$$

valgono

A: $\{0, 0, 1, 1\}$ B: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: $\{1, 1, 2, 2\}$ D: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ E: N.A.

7. L'integrale improprio

$$\int_3^{+\infty} \frac{1}{3^x} dx$$

vale

A: $\frac{1}{27 \ln(3)}$ B: N.A. C: 1 D: 2^{-1} E: N.E.

8. Data $f(x) = \log_{10}(1 + 3x)$ allora $f^{(2)}(0)$ vale

A: $-9/\ln(10)$ B: N.E. C: -1 D: N.A. E: 0

9. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^4 - \|z\|^3\|$ vale

A: N.A. B: 2 C: $\sqrt{3}$ D: $\sqrt{2}$ E: 1

10. Data $f(x) = (x^2)^{(x^3)}$ allora $f'(1)$ vale

A: $\sqrt[3]{2}$ B: 2 C: 3 D: N.A. E: N.E.

CODICE=793929

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 febbraio 2025

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=124174

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \sin(2^3 x) dx$$

vale

A: -1 B: N.A. C: π D: 0 E: 1

2. Il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = -\ln(x) \\ y(1) = 1 \end{cases}$ ha come soluzione

A: $y = x - x \ln(x)$ B: N.A. C: N.E. D: $y = e^x + \ln(x) - e$ E: $y = x \ln(x)$

3. Per quali valori di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ la funzione $f(x) = \begin{cases} x^x - a & x > 0 \\ b + x & x \leq 0 \end{cases}$ risulta continua

A: $a \in \mathbb{R}, (a, 1 - a)$ B: $a = 0, b < 0$ C: N.A. D: $a > 0, (a, a^a)$ E: N.E.

4. Data $f(x) = (x^2)^{(x^3)}$ allora $f'(1)$ vale

A: 3 B: $\sqrt[3]{2}$ C: N.E. D: 2 E: N.A.

5. Data $f(x) = \log_{10}(1 + 3x)$ allora $f^{(2)}(0)$ vale

A: 0 B: $-9/\ln(10)$ C: N.A. D: -1 E: N.E.

6. Il raggio di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{2^{(3^n)}} x^n$$

vale

A: $+\infty$ B: 1/2 C: 1 D: N.A. E: 0

7. L'integrale improprio

$$\int_3^{+\infty} \frac{1}{3^x} dx$$

vale

A: 1 B: 2^{-1} C: $\frac{1}{27 \ln(3)}$ D: N.E. E: N.A.

8. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{n^2(e + \sin(n^3))}$$

vale

A: N.A. B: N.E. C: 0 D: $+\infty$ E: 1

9. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{2^{-\ln(x)} : x \in]0, 1[\},$$

valgono

A: $\{1/2, N.E., \log(2), N.E.\}$ B: $\{1, 1, 2, 2\}$ C: $\{0, 0, 1, 1\}$ D: N.A. E: $\{1, N.E., +\infty, N.E.\}$

10. Sia $z = i$, allora la quantità $\|z^4 - \|z\|^3\|$ vale

A: 1 B: $\sqrt{2}$ C: 2 D: $\sqrt{3}$ E: N.A.

CODICE=124174

CODICE=624163

CODICE=454497

CODICE=793929

CODICE=124174

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

10 Febbraio 2025

- 1 Sia dato un semicerchio di raggio $R > 0$. Determinare, l'area del rettangolo iscritto (con due lati paralleli al diametro) di area massima.

Soluzione. Sia il semicerchio la parte superiore del cerchio di raggio R e con centro nell'origine O . Chiamati $A(-x, 0)$ e $B(x, 0)$ i due vertici del rettangolo che stanno sull'asse delle x , gli altri vertici del rettangolo sono punti $C = (x, \sqrt{R^2 - x^2})$ e $D(-x, \sqrt{R^2 - x^2})$. L'area del rettangolo risulta quindi $\mathcal{A} = \overline{AB} \cdot \overline{BC} = 2\overline{OB} \cdot \overline{BC}$. Pertanto possiamo scrivere, in funzione di x

$$\mathcal{A}(x) = 2x\sqrt{R^2 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq R.$$

La funzione $\mathcal{A}(x)$ risulta non-negativa e continua su $[0, R]$ e ammette pertanto minimo e massimo. Il minimo è ovviamente raggiunto per $x = 0, R$, punti dove \mathcal{A} vale 0.

Per trovare il massimo calcoliamo la derivata prima

$$\mathcal{A}'(x) = \frac{2(R^2 - 2x^2)}{\sqrt{R^2 - x^2}}, \quad 0 < x < R,$$

che si annulla per $x = R/\sqrt{2}$. Tale punto è di massimo dato che

$$\mathcal{A}''(R/\sqrt{2}) = -8 < 0,$$

e $\mathcal{A}(R/\sqrt{2}) = R^2$.

- 2 Calcolare, per $0 < \epsilon < 1$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\left\{ \begin{array}{l} -\epsilon^2 y_\epsilon''(x) + y_\epsilon(x) = e^{-x} \\ y_\epsilon(0) = 0, \\ y_\epsilon'(0) = \frac{1}{\epsilon(\epsilon + 1)}, \end{array} \right.$$

Studiare poi, per x fissato, il limite $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} y_\epsilon(x)$.

Soluzione. Risolvendo l'equazione omogenea associata $-\epsilon^2 Y''(x) + Y(x) = 0$, con equazione caratteristica $-\epsilon^2 \lambda^2 + 1 = 0$, si ha $\lambda = \pm \frac{1}{\epsilon}$ e quindi le soluzioni

$$Y(x) = c_1 e^{x/\epsilon} + c_2 e^{-x/\epsilon}.$$

Dato che $0 < \epsilon < 1$ non c'è risonanza e la soluzione particolare va cercata della forma $y_f(x) = Ae^{-x}$. Sostituendo si trova $-\epsilon^2 A + A = 1$ da cui $y_f = \frac{e^{-x}}{1-\epsilon^2}$. L'integrale generale vale quindi

$$y_\epsilon(x) = c_1 e^{x/\epsilon} + c_2 e^{-x/\epsilon} + \frac{e^{-x}}{1-\epsilon^2}.$$

Imponendo le condizioni iniziali si ha il sistema

$$\begin{cases} c_1 + c_2 + \frac{1}{1-\epsilon^2} = 0 \\ -c_1 + c_2 - \frac{\epsilon}{1-\epsilon^2} = \frac{\epsilon}{\epsilon(\epsilon+1)}, \end{cases}$$

e risolvendolo si ha

$$y_\epsilon(x) = -\frac{1}{1-\epsilon^2} e^{-x/\epsilon} + \frac{e^{-x}}{1-\epsilon^2}.$$

Si ha quindi che

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} y_\epsilon(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{se } x > 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ -\infty & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

3 Calcolare l'insieme di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} x^n$$

Soluzione. Calcoliamo intanto il raggio di convergenza. Si ha

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{n}{n^2+1}} = 1,$$

da cui $R = 1$. La serie converge per $|x| < 1$ e non converge per $|x| > 1$. Studiamo a parte i casi $x = \pm 1$. Per $x = 1$ la serie diventa

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$$

che è a segno costante e non converge dato il termine generico che si comporta come $1/n$.

Per $x = -1$ la serie diventa

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} (-1)^n$$

che è a segni alterni e converge dato che $a_n = \frac{n}{n^2+1} \rightarrow 0$ e a_n è decrescente, dato che la funzione $f(x) = x/(x^2+1)$ è decrescente per $x \geq 1$ visto che $f'(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$.

4 Dimostrare che per $0 < x < \frac{\pi}{2}$ si ha

$$\frac{1}{\sin^2(x)} - 1 < \frac{1}{x^2} < \frac{1}{\sin^2(x)}.$$

Soluzione. Una disuguaglianza trigonometrica fondamentale anche nello studio dei limiti è

$$\sin(x) < x < \tan(x) \quad 0 < x < \frac{\pi}{2},$$

e passando ai reciproci (osservando che $\sin(x) > 0$ per $x \in]0, \pi/2[$) e quadrando si ha che

$$\frac{1}{\tan^2(x)} < \frac{1}{x^2} < \frac{1}{\sin^2(x)}.$$

Usando la definizione di tangente si ha $\frac{1}{\tan^2(x)} = \frac{\cos^2(x)}{\sin^2(x)} = \frac{1-\sin^2(x)}{\sin^2(x)}$ e quindi semplificando $\frac{1}{\tan^2(x)} = 1 - \frac{1}{\sin^2(x)}$.