Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=407728

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=407728

PARTE A

1. Il limite
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{e^{\log(x)}}$$
vale
A: 0 B: $+\infty$ C: N.E. D: $-\infty$ E: N.A.

2. La parte reale del numero $(e^{i\pi/3})^{21}$ vale
A: $3/2$ B: -1 C: $1/\sqrt{2}$ D: 1 E: N.A.

3. Sia $y(x)$ la soluzione di $y'(x) = e^{\sqrt{x^5}}$ con la condizione iniziale $y(0) = \pi^2/4$. Allora $y'(0)$ vale
A: N.A. B: -1 C: 1 D: N.E. E: 2

4. La funzione $f(x) = \begin{cases} \log(2\sqrt{2}+x) & \text{per } x \geq 0 \\ x & \text{per } x < 0 \end{cases}$ è
A: continua e derivabile B: continua ma non derivabile C: N.A. D: derivabile ma non continua E: non continua e non derivabile

5. Dato il parametro $\lambda \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, l'insieme di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda\, x)^n,$$
è
A: $x < 1/\lambda$ B: $-\lambda < x < \lambda$ C: N.A. D: $-1 < x < 1$ E: $x > \lambda$

6. Data $f(x) = \sqrt[3]{1 + \sqrt[5]{x}}$. Allora $f'(0)$ è uguale a
A: $1/2$ B: N.E. C: N.A. D: 1 E: 0

7. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{y = |(x-1)(x-3)|,\ x \in]2, \infty[\},$$
valgono
A: $\{1, 1, 2, 2\}$ B: N.A. C: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$ D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{2, 2, +\infty, N.E.\}$

8. L'integrale
$$\int_1^{+\infty} \frac{x^6}{1+x^7}\, dx,$$
vale
A: N.A. B: $+\infty$ C: $1/2$ D: 1 E: π

9. Data la funzione $(\sqrt[5]{x})^{\sqrt{x}}$, allora $f'(1)$ vale
A: $1/5$ B: -1 C: N.A. D: 5 E: $\log(1/2)$

10. Dato $b \in \mathbb{R}$, allora il numero di soluzioni della equazione
$$e^{ib} = i$$
è
A: 0 B: 2 C: 1 D: N.A. E: 17

CODICE=407728

CODICE=407728

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=909332

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=909332

PARTE A

1. Sia $y(x)$ la soluzione di $y'(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{x^5}}$ con la condizione iniziale $y(0) = \pi^2/4$. Allora $y'(0)$ vale

   A: N.A. B: 1 C: -1 D: 2 E: N.E.

2. Il limite
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{\mathrm{e}^{\log(x)}}$$
   vale

   A: N.E. B: 0 C: $+\infty$ D: $-\infty$ E: N.A.

3. La parte reale del numero $(\mathrm{e}^{i\pi/3})^{21}$ vale

   A: $3/2$ B: -1 C: $1/\sqrt{2}$ D: N.A. E: 1

4. L'integrale
$$\int_1^{+\infty} \frac{x^6}{1+x^7}\,dx,$$
   vale

   A: $+\infty$ B: N.A. C: 1 D: $1/2$ E: π

5. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{y = |(x-1)(x-3)|,\ x \in]2, \infty[\},$$
   valgono

   A: $\{2, 2, +\infty, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$ D: $\{1, 1, 2, 2\}$ E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

6. La funzione $f(x) = \begin{cases} \log(2\sqrt{2}+x) & \text{per } x \geq 0 \\ x & \text{per } x < 0 \end{cases}$ è

   A: continua ma non derivabile B: derivabile ma non continua C: continua e derivabile
   D: non continua e non derivabile E: N.A.

7. Data la funzione $(\sqrt[5]{x})^{\sqrt{x}}$, allora $f'(1)$ vale

   A: 5 B: -1 C: $\log(1/2)$ D: N.A. E: $1/5$

8. Dato il parametro $\lambda \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, l'insieme di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda\, x)^n,$$
   è

   A: $-\lambda < x < \lambda$ B: $x < 1/\lambda$ C: $-1 < x < 1$ D: N.A. E: $x > \lambda$

9. Data $f(x) = \sqrt[3]{1+\sqrt[5]{x}}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

   A: N.E. B: $1/2$ C: 1 D: 0 E: N.A.

10. Dato $b \in \mathbb{R}$, allora il numero di soluzioni della equazione
$$\mathrm{e}^{ib} = i$$
    è

    A: 1 B: 2 C: 17 D: 0 E: N.A.

CODICE=909332

CODICE=909332

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=244369

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=244369

PARTE A

1. Il limite
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{e^{\log(x)}}$$
vale

A: N.A. B: $-\infty$ C: N.E. D: 0 E: $+\infty$

2. Dato il parametro $\lambda \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, l'insieme di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda\, x)^n,$$
è

A: $-\lambda < x < \lambda$ B: N.A. C: $x > \lambda$ D: $x < 1/\lambda$ E: $-1 < x < 1$

3. La funzione $f(x) = \begin{cases} \log(2\sqrt{2} + x) & \text{per } x \geq 0 \\ x & \text{per } x < 0 \end{cases}$ è

A: continua e derivabile B: non continua e non derivabile C: derivabile ma non continua
D: N.A. E: continua ma non derivabile

4. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{y = |(x-1)(x-3)|,\ x \in]2, \infty[\},$$
valgono

A: $\{1, 1, 2, 2\}$ B: N.A. C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$ E: $\{2, 2, +\infty, N.E.\}$

5. Data la funzione $(\sqrt[5]{x})^{\sqrt{x}}$, allora $f'(1)$ vale

A: 5 B: -1 C: $1/5$ D: N.A. E: $\log(1/2)$

6. L'integrale
$$\int_1^{+\infty} \frac{x^6}{1+x^7}\, dx,$$
vale

A: N.A. B: 1 C: π D: $1/2$ E: $+\infty$

7. Sia $y(x)$ la soluzione di $y'(x) = e^{\sqrt{x^5}}$ con la condizione iniziale $y(0) = \pi^2/4$. Allora $y'(0)$ vale

A: 2 B: -1 C: 1 D: N.A. E: N.E.

8. La parte reale del numero $(e^{i\pi/3})^{21}$ vale

A: -1 B: N.A. C: 1 D: $3/2$ E: $1/\sqrt{2}$

9. Dato $b \in \mathbb{R}$, allora il numero di soluzioni della equazione
$$e^{ib} = i$$
è

A: 0 B: N.A. C: 2 D: 17 E: 1

10. Data $f(x) = \sqrt[3]{1 + \sqrt[5]{x}}$. Allora $f'(0)$ è uguale a

A: 0 B: N.E. C: $1/2$ D: 1 E: N.A.

CODICE=244369

CODICE=244369

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=662285

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=662285

PARTE A

1. Data $f(x) = \sqrt[3]{1+\sqrt[5]{x}}$. Allora $f'(0)$ è uguale a
   A: N.E. B: 1 C: N.A. D: 0 E: 1/2
2. Dato $b \in \mathbb{R}$, allora il numero di soluzioni della equazione
   $$e^{ib} = i$$
   è
   A: 0 B: N.A. C: 1 D: 17 E: 2
3. Sia $y(x)$ la soluzione di $y'(x) = e^{\sqrt{x^5}}$ con la condizione iniziale $y(0) = \pi^2/4$. Allora $y'(0)$ vale
   A: 1 B: N.E. C: N.A. D: -1 E: 2
4. Inf, min, sup e max dell'insieme
   $$A = \{y = |(x-1)(x-3)|,\ x \in]2, \infty[\},$$
   valgono
   A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$ C: $\{2, 2, +\infty, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{1, 1, 2, 2\}$
5. Dato il parametro $\lambda \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, l'insieme di convergenza della serie
   $$\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda\, x)^n,$$
   è
   A: $-\lambda < x < \lambda$ B: $x < 1/\lambda$ C: N.A. D: $-1 < x < 1$ E: $x > \lambda$
6. La parte reale del numero $(e^{i\pi/3})^{21}$ vale
   A: N.A. B: 3/2 C: $1/\sqrt{2}$ D: -1 E: 1
7. L'integrale
   $$\int_1^{+\infty} \frac{x^6}{1+x^7}\, dx,$$
   vale
   A: π B: $+\infty$ C: 1/2 D: 1 E: N.A.
8. La funzione $f(x) = \begin{cases} \log(2\sqrt{2}+x) & \text{per } x \geq 0 \\ x & \text{per } x < 0 \end{cases}$ è
   A: continua e derivabile B: continua ma non derivabile C: N.A. D: non continua e non derivabile E: derivabile ma non continua
9. Il limite
   $$\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{e^{\log(x)}}$$
   vale
   A: N.E. B: 0 C: $+\infty$ D: N.A. E: $-\infty$
10. Data la funzione $(\sqrt[5]{x})^{\sqrt{x}}$, allora $f'(1)$ vale
    A: 5 B: -1 C: 1/5 D: N.A. E: $\log(1/2)$

CODICE=662285

CODICE=662285

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	●	○	○	○
3	○	○	●	○	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	●	○	○
6	○	●	○	○	○
7	○	○	●	○	○
8	○	●	○	○	○
9	●	○	○	○	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=407728

CODICE=407728

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	○	●	○	○
3	○	●	○	○	○
4	●	○	○	○	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	○	●	○
7	○	○	○	○	●
8	○	○	○	●	○
9	●	○	○	○	○
10	○	○	○	○	●

CODICE=909332

CODICE=909332

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	○	●	○	○	○
3	○	●	○	○	○
4	○	○	○	●	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	○	○	●
7	○	○	●	○	○
8	●	○	○	○	○
9	○	●	○	○	○
10	○	●	○	○	○

CODICE=244369

CODICE=244369

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	●	○	○	○	○
2	○	●	○	○	○
3	●	○	○	○	○
4	○	●	○	○	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	○	●	○
7	○	●	○	○	○
8	○	○	○	●	○
9	○	○	●	○	○
10	○	○	●	○	○

CODICE=662285

CODICE=662285

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

3 giugno 2025

1 Studiare per $a \in \mathbb{R}\backslash\{0, \pm 1\}$ la funzione

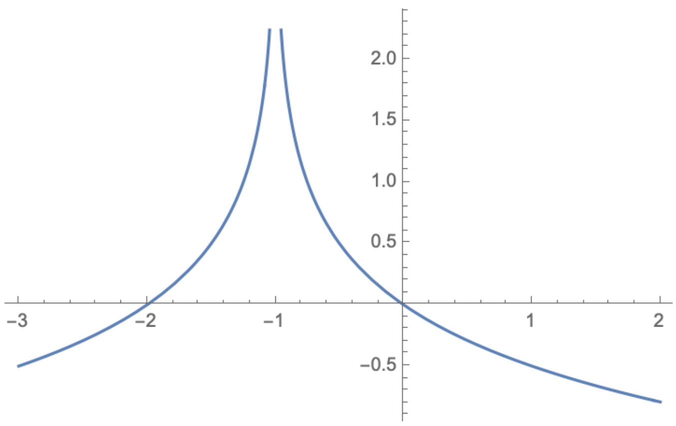
$$f(x) = \log_{a^2} |x + 1|,$$

determinando, in particolare, se esistono $a \in \mathbb{R}$ per i quali f è convessa.

Soluzione. Osserviamo che per $|a| \neq 0, 1$ la funzione risulta derivabile infinite volte per ogni punto del dominio, cioè $x \neq -1$. La funzione è uguale a $\log_{a^2}(x + 1)$ per $x > -1$ e il grafico risulta simmetrico rispetto alla retta verticale $x = -1$.

La derivata seconda vale $f''(x) = -\frac{1}{\log(a^2)} \frac{1}{z+1}$. Pertanto la derivata seconda risulta positiva per ogni $x \neq -1$ se $0 < |a| < 1$.La funzione non è però convessa nel suo dominio come si vede facilmente disegnando il grafico e osservando che c'e' asintoto verticale per $x \to -1$.

La funzione tende poi a $-\infty$ per $|x| \to +\infty$.

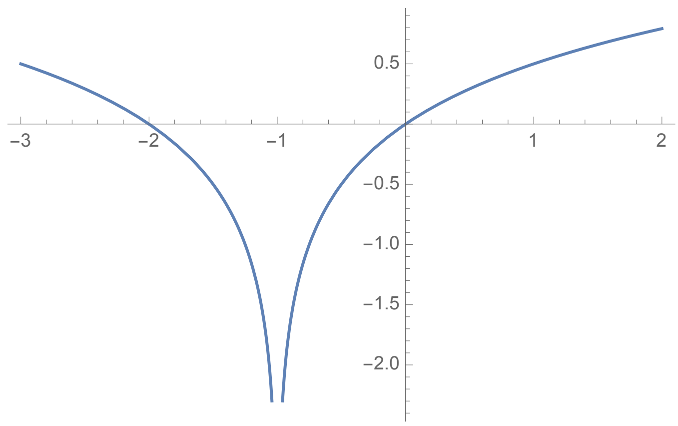


Per $|a| > 1$ la situazione è invertita e nemmeno in questo caso possiamo dire che la funzione sia concava.

2 Studiare la convergenza semplice (non assoluta) di

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{f(n)},$$

CODICE=662285



dove $f : (-1/2, +\infty) \to \mathbb{R}$ è definita a tratti da

$$f(x) = \log(n+1) \quad \text{per } x \in]n - 1/2, n + 1/2] \text{ con } n \in \mathbb{N}.$$

Soluzione. Dato che $f(x)$ è sempre positiva abbiamo una serie a segni alterni per cui, per applicare il criterio di Leibniz dobbiamo verificare che $a_n = \frac{1}{f(n)}$ sia positiva, decrescente e infinitesima.

Dato che $f(n) = \log(n+1)$, allora $1/f(n) \geq 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Inoltre dato che $f(n)$ è crescente e diverge a $+\infty$ allora a_n descresce e tende a zero.

3 Calcolare, per $n \in \mathbb{N}$ e $1 < a \leq 2$

$$I_a(n) := \int_a^2 \frac{1}{(x-1)^{1/n}}\, dx.$$

e studiare, se possibile, il limite $\lim_{a\to 1^+} I_a(n)$. (Limite in a per ogni $n \in \mathbb{N}$ fissato)

Soluzione. Una primitiva della funzione $\frac{1}{(x-1)^{1/n}}$ vale

$$\frac{n}{n-1}(x-1)^{\frac{n-1}{n}} \qquad \text{se } n > 1$$

$$\ln|x-1| \qquad \text{se } n = 1.$$

Pertanto, se $1 < a \leq 2$

$$\int_a^2 \frac{1}{(x-1)^{1/n}}\, dx = \begin{cases} \frac{n}{n-1}\left(1 - (a-1)^{\frac{n-1}{n}}\right) & \text{se } n > 1 \\ -\ln|a-1| & \text{se } n = 1. \end{cases}$$

Quindi

$$\lim_{a\to 1^+} \int_a^2 \frac{1}{(x-1)^{1/n}}\, dx = \begin{cases} \frac{n}{n-1} & \text{se } n > 1 \\ +\infty & \text{se } n = 1. \end{cases}$$

4 Sia f una funzione continua per $x > 0$ e tale che

$$\int_0^{x^2} f(t)\, dt = x\cos(\pi x).$$

Determinare quanto vale $f(4)$.

CODICE=662285

Soluzione. Dato che f è continua per $x > 0$, la funzione integrale può essere derivata ottenendo

$$f(x^2)2x = \cos(\pi x) - \pi x \sin(\pi x).$$

Pertanto per $x = 2$ si ha

$$f(4)4 = \cos(2\pi) - 2\pi \sin(2\pi),$$

da cui

$$f(4) = \frac{1}{4}.$$

CODICE=662285