Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=671647

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=671647

PARTE A

1. Sia dato il parametro $\alpha \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, l'insieme di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\mathrm{e}^{\alpha n}}{\alpha n}$$
è
A: $\alpha > \mathrm{e}$ B: $0 < \alpha < 1$ C: N.A. D: $-1 < \alpha \leq 0$ E: $\alpha < 0$

2. La funzione $f(x) = \begin{cases} \log(1+x) & \text{per } x > 0, \\ \sqrt{|x|} & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è
A: continua, ma non derivabile. B: continua e derivabile. C: derivabile, ma non continua. D: N.A. E: né continua né derivabile.

3. L'integrale
$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+4)^{3/2}}\, dx$$
vale
A: $\frac{1}{\sqrt{5}}$ B: 1 C: N.A. D: $\arctan(1/5)$ E: $\frac{1}{\sqrt{3}}$

4. Il polinomio di Taylor di ordine 3 per $f(x) = \mathrm{e}^{x+2}$ nel punto $x_0 = -2$ vale
A: $1 + x + x^2/2 + x^3/3!$ B: N.A. C: $2^{-1} + 2^{-1}(x-2)^2$ D: $(x+2)^2 + \frac{1}{6}(x+2)^3$ E: $1 + (x-2) + 2^{-1}(x-2)^2 + 6^{-1}(x-2)^3$

5. Il numero complesso $8\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$ vale
A: $\frac{1}{2}$ B: N.A C: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D: $\frac{3}{2}$ E: -8

6. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sinh(x^3)$ è
A: N.A. B: limitata superiormente C: iniettiva D: limitata inferiormente E: concava

7. Il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log_{10}(\sin(1/n))}{\ln(n)}$$
vale
A: -1 B: N.E. C: N.A. D: $+\infty$ E: 1

8. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{\ln(|1+\sin(x)|) : \ x \in \mathbb{R}\backslash\{3\pi/2 + 2k\pi\},\ k \in \mathbb{Z}\},$$
valgono
A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{0,0,3,3\}$ C: $\{-\infty, N.E., \ln(2), \ln(2)\}$ D: N.A. E: $\{-\infty, N.E., \ln(2), N.E.\}$

9. Data $f(x) = (\ln(x))^{\ln(x)}$. Allora $f'(\mathrm{e})$ è uguale a
A: $\sqrt{\mathrm{e}}$ B: N.A. C: 1 D: e^{-1} E: 0

10. La soluzione del problema di Cauchy $y'' - 5y' + 6y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ è
A: $y(t) = 3\mathrm{e}^{2t} - 2\mathrm{e}^{3t}$ B: $y(t) = 3\sin(2t) - 2\cos(3t)$ C: $y(t) = 1$ D: N.A. E: $y(t) = \mathrm{e}^{2t} + t\mathrm{e}^{3t}$

CODICE=671647

CODICE=671647

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=823666

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=823666

PARTE A

1. Data $f(x) = (\ln(x))^{\ln(x)}$. Allora $f'(\mathrm{e})$ è uguale a

   A: 0 B: e^{-1} C: $\sqrt{\mathrm{e}}$ D: 1 E: N.A.

2. Il polinomio di Taylor di ordine 3 per $f(x) = \mathrm{e}^{x+2}$ nel punto $x_0 = -2$ vale

   A: $1 + (x-2) + 2^{-1}(x-2)^2 + 6^{-1}(x-2)^3$ B: N.A. C: $(x+2)^2 + \frac{1}{6}(x+2)^3$ D: $2^{-1} + 2^{-1}(x-2)^2$ E: $1 + x + x^2/2 + x^3/3!$

3. La soluzione del problema di Cauchy $y'' - 5y' + 6y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ è

   A: $y(t) = \mathrm{e}^{2t} + t\mathrm{e}^{3t}$ B: $y(t) = 1$ C: $y(t) = 3\sin(2t) - 2\cos(3t)$ D: N.A. E: $y(t) = 3\mathrm{e}^{2t} - 2\mathrm{e}^{3t}$

4. L'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+4)^{3/2}}\, dx$$

   vale

   A: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B: 1 C: N.A. D: $\arctan(1/5)$ E: $\frac{1}{\sqrt{5}}$

5. Sia dato il parametro $\alpha \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$, l'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\mathrm{e}^{\alpha n}}{\alpha n}$$

   è

   A: $\alpha > \mathrm{e}$ B: $\alpha < 0$ C: $-1 < \alpha \leq 0$ D: N.A. E: $0 < \alpha < 1$

6. Il numero complesso $8\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$ vale

   A: N.A B: -8 C: $\frac{1}{2}$ D: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ E: $\frac{3}{2}$

7. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log_{10}(\sin(1/n))}{\ln(n)}$$

   vale

   A: N.E. B: 1 C: -1 D: N.A. E: $+\infty$

8. La funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sinh(x^3)$ è

   A: concava B: limitata inferiormente C: limitata superiormente D: N.A. E: iniettiva

9. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{\ln(|1+\sin(x)|) : \ x \in \mathbb{R}\backslash\{3\pi/2 + 2k\pi\}, \ k \in \mathbb{Z}\},$$

   valgono

   A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: N.A. C: $\{-\infty, N.E., \ln(2), N.E.\}$ D: $\{0,0,3,3\}$ E: $\{-\infty, N.E., \ln(2), \ln(2)\}$

10. La funzione $f(x) = \begin{cases} \log(1+x) & \text{per } x > 0, \\ \sqrt{|x|} & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è

   A: N.A. B: derivabile, ma non continua. C: continua e derivabile. D: continua, ma non derivabile. E: né continua né derivabile.

CODICE=823666

CODICE=823666

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=468905

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=468905

PARTE A

1. Il limite
$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log_{10}(\sin(1/n))}{\ln(n)}$$
vale
A: $+\infty$ B: 1 C: N.E. D: -1 E: N.A.

2. Il numero complesso $8\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$ vale
A: 8 B: $\frac{3}{2}$ C: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D: $\frac{1}{2}$ E: N.A

3. L'integrale
$$\int_2^{+\infty} \frac{x}{(x^2+4)^{3/2}}\,dx$$
vale
A: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B: 1 C: N.A. D: $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ E: $\arctan(1/5)$

4. Il polinomio di Taylor di ordine 3 per $f(x)=\mathrm{e}^{x+2}$ nel punto $x_0=-1$ vale
A: $1+x+x^2/2+x^3/3!$ B: N.A. C: $2^{-1}+2^{-1}(x-2)^2$ D: $(x+2)^2+\frac{1}{6}(x+2)^3$ E: $\mathrm{e}+\mathrm{e}(x-2)+\mathrm{e}2^{-1}(x-2)^2+\mathrm{e}6^{-1}(x-2)^3$

5. La soluzione del problema di Cauchy $y''-5y'+6y=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=0$ è
A: $y(t)=3\mathrm{e}^{2t}-2\mathrm{e}^{3t}$ B: $y(t)=0$ C: $y(t)=3\sin(2t)-2\cos(3t)$ D: N.A. E: $y(t)=\mathrm{e}^{2t}+t\mathrm{e}^{3t}$

6. Data $f(x)=(\ln(x))^{\ln(x)}$. Allora $f'(\mathrm{e})$ è uguale a
A: 0 B: e^{-1} C: $\sqrt{\mathrm{e}}$ D: 1 E: N.A.

7. Sia dato il parametro $\alpha\in\mathbb{R}\backslash\{0\}$. La serie
$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\mathrm{e}^{\alpha n}}{\alpha^2 n}$$
converge per
A: $0<\alpha<1$ B: $\alpha>\mathrm{e}$ C: $\alpha<0$ D: $-2<\alpha\le 0$ E: N.A.

8. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A=\{\ln(|1+\sin(x)|):\ x\in\mathbb{R}\backslash\{3\pi/2+2k\pi\},\ k\in\mathbb{Z}\},$$
valgono
A: N.A. B: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: $\{0,0,3,3\}$ D: $\{-\infty, N.E., \ln(3), N.E.\}$ E: $\{-\infty, N.E., \ln(3), \ln(3)\}$

9. La funzione $f(x)=\begin{cases}\log(2+x) & \text{per } x>0,\\ \sqrt{|x|} & \text{per } x\le 0,\end{cases}$ è
A: continua, ma non derivabile. B: continua e derivabile. C: N.A. D: né continua né derivabile. E: derivabile, ma non continua.

10. La funzione $f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=\sinh(x^3)$ è
A: concava B: N.A. C: limitata superiormente D: surgettiva E: limitata inferiormente

CODICE=468905

CODICE=468905

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=130907

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=130907

PARTE A

1. Data $f(x) = (\ln(x))^{\ln(x)}$. Allora $f'(\mathrm{e})$ è uguale a

   A: 0 B: 1 C: $\sqrt{\mathrm{e}}$ D: e^{-1} E: N.A.

2. La funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sinh(x^3)$ è

   A: limitata inferiormente B: concava C: N.A. D: limitata superiormente E: surgettiva

3. La funzione $f(x) = \begin{cases} \log(2+x) & \text{per } x > 0, \\ \sqrt{|x|} & \text{per } x \le 0, \end{cases}$ è

   A: continua, ma non derivabile. B: derivabile, ma non continua. C: né continua né derivabile. D: N.A. E: continua e derivabile.

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

   $$A = \{\ln(|1+\sin(x)|) : \ x \in \mathbb{R}\backslash\{3\pi/2 + 2k\pi\}, \ k \in \mathbb{Z}\},$$

   valgono

   A: $\{-\infty, N.E., \ln(3), \ln(3)\}$ B: $\{0,0,3,3\}$ C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{-\infty, N.E., \ln(3), N.E.\}$ E: N.A.

5. Il limite

   $$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log_{10}(\sin(1/n))}{\ln(n)}$$

   vale

   A: 1 B: $+\infty$ C: N.E. D: N.A. E: -1

6. Il numero complesso $8\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$ vale

   A: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B: 8 C: N.A D: $\frac{3}{2}$ E: $\frac{1}{2}$

7. Sia dato il parametro $\alpha \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$. La serie

   $$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\mathrm{e}^{\alpha n}}{\alpha^2 n}$$

   converge per

   A: $\alpha > \mathrm{e}$ B: N.A. C: $0 < \alpha < 1$ D: $-2 < \alpha \le 0$ E: $\alpha < 0$

8. L'integrale

   $$\int_2^{+\infty} \frac{x}{(x^2+4)^{3/2}}\, dx$$

   vale

   A: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B: 1 C: $\arctan(1/5)$ D: $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ E: N.A.

9. Il polinomio di Taylor di ordine 3 per $f(x) = \mathrm{e}^{x+2}$ nel punto $x_0 = -1$ vale

   A: $\mathrm{e} + \mathrm{e}(x-2) + \mathrm{e}2^{-1}(x-2)^2 + \mathrm{e}6^{-1}(x-2)^3$ B: $2^{-1} + 2^{-1}(x-2)^2$ C: $(x+2)^2 + \frac{1}{6}(x+2)^3$ D: N.A. E: $1 + x + x^2/2 + x^3/3!$

10. La soluzione del problema di Cauchy $y'' - 5y' + 6y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ è

    A: $y(t) = 0$ B: $y(t) = 3\sin(2t) - 2\cos(3t)$ C: N.A. D: $y(t) = \mathrm{e}^{2t} + t\mathrm{e}^{3t}$ E: $y(t) = 3\mathrm{e}^{2t} - 2\mathrm{e}^{3t}$

CODICE=130907

CODICE=130907

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	●	○	○	○	○
3	●	○	○	○	○
4	○	●	○	○	○
5	○	○	○	○	●
6	○	○	●	○	○
7	○	○	●	○	○
8	○	○	●	○	○
9	○	○	○	●	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=671647

CODICE=671647

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	●	○	○	○
3	○	○	○	●	○
4	○	○	○	○	●
5	○	●	○	○	○
6	○	●	○	○	○
7	○	○	○	●	○
8	○	○	○	○	●
9	○	○	○	○	●
10	○	○	○	●	○

CODICE=823666

CODICE=823666

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	○	○	○	○	●
3	○	○	○	●	○
4	○	●	○	○	○
5	○	●	○	○	○
6	○	●	○	○	○
7	○	○	●	○	○
8	●	○	○	○	○
9	○	○	○	●	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=468905

CODICE=468905

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	○	○	○	●
3	○	○	●	○	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	○	●	○
6	○	○	●	○	○
7	○	○	○	○	●
8	○	○	○	●	○
9	○	○	○	●	○
10	●	○	○	○	○

CODICE=130907

CODICE=130907

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=867314

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=867314

PARTE A

1. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{\ln(|1+\sin(x)|):\ x \in [0,\pi[\},$$
valgono
A: $\{0, 0, \ln(2), N.E.\}$ B: $\{0, N.E., \ln(2), N.E.\}$ C: $\{0, 0, \pi, N.E.\}$ D: $\{0, 0, \ln(2), \ln(2)\}$
E: N.A.

2. L'integrale
$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+4)^{5/2}}\, dx$$
vale
A: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B: $\frac{1}{\sqrt{5}}$ C: 1 D: N.A. E: $\arctan(1/5)$

3. La soluzione del problema di Cauchy $y'' - 5y' + 6y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ è
A: N.A. B: $y(t) = 3\sin(2t) - 2\cos(3t)$ C: $y(t) = \mathrm{e}^{2t} + t\mathrm{e}^{3t}$ D: $y(t) = 1$ E: $y(t) = 3\mathrm{e}^{2t} - 2\mathrm{e}^{3t}$

4. La funzione $f:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan(x^2)$ è
A: iniettiva B: non limitata superiormente C: limitata inferiormente D: concava E: N.A.

5. Il limite
$$\lim_{n\to+\infty} n(10^{\sin(1/n)} - 1)$$
vale
A: 1 B: $+\infty$ C: $\log_{10}(\mathrm{e})$ D: N.E. E: N.A.

6. Sia dato il parametro $\alpha \in \mathbb{R}$. L'insieme di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\mathrm{e}^{\alpha n}}{(1+\alpha^2)n^2}$$
è
A: $0 < \alpha < 1$ B: $\alpha < 0$ C: $\alpha \le 0$ D: $\alpha > \mathrm{e}$ E: N.A.

7. La retta tangente $f(x) = \mathrm{e}^{\mathrm{e}^x}$ nel punto $x_0 = 1$ vale
A: $1 + x$ B: N.A. C: $\mathrm{e}^{\mathrm{e}} - x$ D: $\mathrm{e}^{\mathrm{e}} + \mathrm{e}^{1+\mathrm{e}}x$ E: $\mathrm{e}^{1+\mathrm{e}}(x-1) + \mathrm{e}^{\mathrm{e}}$

8. Il numero di intersezioni fra
$$A = \{z \in \mathbb{C}:\ z\overline{z} = 1\} \quad \text{e} \quad B = \{z \in \mathbb{C}:\ \|z-3\| = 2\}$$
vale
A: 1 B: 0 C: 3 D: N.A E: 2

9. La funzione $f(x) = \begin{cases} \log(1+x) & \text{per } x > 0, \\ -2\sqrt{1-x} & \text{per } x \le 0, \end{cases}$ è
A: né continua né derivabile. B: N.A. C: continua e derivabile. D: derivabile, ma non continua. E: continua, ma non derivabile.

10. Data $f(x) = (\ln(x))^{\ln(x)}$. Allora $f'(\mathrm{e}^2)$ è uguale a
A: $\sqrt{\mathrm{e}}$ B: e^{-1} C: 0 D: 1 E: N.A.

CODICE=867314

CODICE=867314

CODICE=867314

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=048850

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=048850

PARTE A

1. Sia dato il parametro $\alpha \in \mathbb{R}$. L'insieme di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{\mathrm{e}^{\alpha n}}{(1+\alpha^2)n^2}$$
è
A: $\alpha < 0$ B: $0 < \alpha < 1$ C: N.A. D: $\alpha > \mathrm{e}$ E: $\alpha \leq 0$

2. L'integrale
$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+4)^{5/2}}\,dx$$
vale
A: 1 B: $\arctan(1/5)$ C: $\frac{1}{\sqrt{5}}$ D: N.A. E: $\frac{1}{\sqrt{3}}$

3. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{\ln(|1+\sin(x)|) :\ x \in [0,\pi[\},$$
valgono
A: $\{0, 0, \ln(2), \ln(2)\}$ B: $\{0, 0, \ln(2), N.E.\}$ C: $\{0, N.E., \ln(2), N.E.\}$ D: N.A. E: $\{0, 0, \pi, N.E.\}$

4. Il limite
$$\lim_{n\to+\infty} n(10^{\sin(1/n)} - 1)$$
vale
A: $\log_{10}(\mathrm{e})$ B: N.E. C: N.A. D: $+\infty$ E: 1

5. La soluzione del problema di Cauchy $y'' - 5y' + 6y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ è
A: $y(t) = 3\sin(2t) - 2\cos(3t)$ B: N.A. C: $y(t) = 3\mathrm{e}^{2t} - 2\mathrm{e}^{3t}$ D: $y(t) = 1$ E: $y(t) = \mathrm{e}^{2t} + t\mathrm{e}^{3t}$

6. Data $f(x) = (\ln(x))^{\ln(x)}$. Allora $f'(\mathrm{e}^2)$ è uguale a
A: e^{-1} B: $\sqrt{\mathrm{e}}$ C: 1 D: 0 E: N.A.

7. La funzione $f(x) = \begin{cases} \log(1+x) & \text{per } x > 0, \\ -2\sqrt{1-x} & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è
A: né continua né derivabile. B: N.A. C: continua, ma non derivabile. D: derivabile, ma non continua. E: continua e derivabile.

8. Il numero di intersezioni fra
$$A = \{z \in \mathbb{C} :\ z\overline{z} = 1\} \quad \text{e} \quad B = \{z \in \mathbb{C} :\ \|z-3\| = 2\}$$
vale
A: 2 B: 0 C: N.A D: 3 E: 1

9. La retta tangente $f(x) = \mathrm{e}^{\mathrm{e}^x}$ nel punto $x_0 = 1$ vale
A: $\mathrm{e}^{1+\mathrm{e}}(x-1) + \mathrm{e}^{\mathrm{e}}$ B: $\mathrm{e}^{\mathrm{e}} + \mathrm{e}^{1+\mathrm{e}}x$ C: N.A. D: $\mathrm{e}^{\mathrm{e}} - x$ E: $1 + x$

10. La funzione $f :\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan(x^2)$ è
A: limitata inferiormente B: iniettiva C: N.A. D: non limitata superiormente E: concava

CODICE=048850

CODICE=048850

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=353344

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=353344

PARTE A

1. La soluzione del problema di Cauchy $y'' - 5y' + 6y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ è
   A: $y(t) = 3e^{2t} + 2e^{3t}$ B: $y(t) = e^{2t} + te^{3t}$ C: $y(t) = 1$ D: $y(t) = 3\sin(2t) - 2\cos(3t)$
   E: N.A.

2. Il limite
$$\lim_{n\to+\infty} n(10^{\sin(1/n)} - 1)$$
   vale
   A: N.E. B: $\ln(10)$ C: $+\infty$ D: N.A. E: 1

3. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{\ln(|1 + \sin(x)|) : \ x \in]0, \pi]\},$$
   valgono
   A: $\{0, 0, \ln(2), \ln(2)\}$ B: $\{0, N.E., \ln(2), N.E.\}$ C: $\{0, 0, \ln(2), N.E.\}$ D: $\{0, 0, \pi, N.E.\}$
   E: N.A.

4. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan(x^2)$ è
   A: concava B: N.A. C: iniettiva D: limitata superiormente E: non limitata inferiormente

5. La funzione $f(x) = \begin{cases} \log(1+x) & \text{per } x > 0, \\ -2\sqrt{1-x} & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è
   A: continua, ma non derivabile. B: continua e derivabile. C: né continua né derivabile.
   D: derivabile, ma non continua. E: N.A.

6. Data $f(x) = (\ln(x))^{\ln(x)}$. Allora $f'(e^3)$ è uguale a
   A: $\sqrt{e}$ B: 1 C: N.A. D: e^{-1} E: 0

7. L'integrale
$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+4)^{5/2}}\, dx$$
   vale
   A: N.A. B: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C: 1 D: $\arctan(1/5)$ E: $\frac{1}{15\sqrt{5}}$

8. Il numero di intersezioni fra
$$A = \{z \in \mathbb{C} : \ z\overline{z} = 1\} \quad \text{e} \quad B = \{z \in \mathbb{C} : \ \|z - 3\| = 1\}$$
   vale
   A: 0 B: 1 C: N.A D: 2 E: 3

9. La retta tangente $f(x) = e^{e^x}$ nel punto $x_0 = 1$ vale
   A: $e^{1+e}(x-1) + e^e$ B: N.A. C: $e^e + e^{1+e}x$ D: $e^e - x$ E: $1 + x$

10. Sia dato il parametro $\alpha \in \mathbb{R}$. L'insieme di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{\alpha n}}{(1+\alpha^2)n^2}$$
   è
   A: N.A. B: $0 < \alpha < 1$ C: $\alpha < 0$ D: $\alpha > e$ E: $\alpha \leq 0$

CODICE=353344

CODICE=353344

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, manuali, appunti.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=781949

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=781949

PARTE A

1. La retta tangente $f(x) = \mathrm{e}^{\mathrm{e}^x}$ nel punto $x_0 = 1$ vale
A: $\mathrm{e}^{1+\mathrm{e}}(x-1) + \mathrm{e}^{\mathrm{e}}$ B: $\mathrm{e}^{\mathrm{e}} - x$ C: N.A. D: $1 + x$ E: $\mathrm{e}^{\mathrm{e}} + \mathrm{e}^{1+\mathrm{e}}x$

2. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{\ln(|1 + \sin(x)|) : \ x \in]0, \pi]\},$$
valgono
A: $\{0, N.E., \ln(2), N.E.\}$ B: N.A. C: $\{0, 0, \ln(2), \ln(2)\}$ D: $\{0, 0, \pi, N.E.\}$ E: $\{0, 0, \ln(2), N.E.\}$

3. Il numero di intersezioni fra
$$A = \{z \in \mathbb{C} : \ z\overline{z} = 1\} \quad \text{e} \quad B = \{z \in \mathbb{C} : \ \|z - 3\| = 1\}$$
vale
A: N.A B: 0 C: 1 D: 3 E: 2

4. La funzione $f(x) = \begin{cases} \log(1+x) & \text{per } x > 0, \\ -2\sqrt{1-x} & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$ è
A: continua e derivabile. B: continua, ma non derivabile. C: N.A. D: derivabile, ma non continua. E: né continua né derivabile.

5. L'integrale
$$\int_1^{+\infty} \frac{x}{(x^2+4)^{5/2}}\, dx$$
vale
A: $\frac{1}{15\sqrt{5}}$ B: $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C: 1 D: N.A. E: arctan(1/5)

6. Data $f(x) = (\ln(x))^{\ln(x)}$. Allora $f'(\mathrm{e}^3)$ è uguale a
A: $\sqrt{\mathrm{e}}$ B: 0 C: 1 D: N.A. E: e^{-1}

7. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan(x^2)$ è
A: limitata superiormente B: N.A. C: non limitata inferiormente D: iniettiva E: concava

8. Sia dato il parametro $\alpha \in \mathbb{R}$. L'insieme di convergenza della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\mathrm{e}^{\alpha n}}{(1+\alpha^2)n^2}$$
è
A: $\alpha > \mathrm{e}$ B: $\alpha < 0$ C: $0 < \alpha < 1$ D: N.A. E: $\alpha \leq 0$

9. Il limite
$$\lim_{n\to+\infty} n(10^{\sin(1/n)} - 1)$$
vale
A: 1 B: N.A. C: $+\infty$ D: N.E. E: ln(10)

10. La soluzione del problema di Cauchy $y'' - 5y' + 6y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ è
A: $y(t) = 3\sin(2t) - 2\cos(3t)$ B: $y(t) = \mathrm{e}^{2t} + t\mathrm{e}^{3t}$ C: $y(t) = 1$ D: $y(t) = 3\mathrm{e}^{2t} + 2\mathrm{e}^{3t}$ E: N.A.

CODICE=781949

CODICE=781949

CODICE=781949

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	○	○	●	○
3	○	○	○	○	●
4	○	○	●	○	○
5	○	○	○	○	●
6	○	○	●	○	○
7	○	○	○	○	●
8	●	○	○	○	○
9	●	○	○	○	○
10	○	○	○	○	●

CODICE=867314

CODICE=867314

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	○	○	○	●	○
3	●	○	○	○	○
4	○	○	●	○	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	○	○	●
7	●	○	○	○	○
8	○	○	○	○	●
9	●	○	○	○	○
10	●	○	○	○	○

CODICE=048850

CODICE=048850

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	○	●	○	○	○
3	●	○	○	○	○
4	○	○	○	●	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	●	○	○
7	○	○	○	○	●
8	●	○	○	○	○
9	●	○	○	○	○
10	○	○	○	○	●

CODICE=353344

CODICE=353344

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	●	○	○	○	○
2	○	○	●	○	○
3	○	●	○	○	○
4	○	○	○	○	●
5	●	○	○	○	○
6	○	○	○	●	○
7	●	○	○	○	○
8	○	○	○	○	●
9	○	○	○	○	●
10	○	○	○	○	●

CODICE=781949

CODICE=781949

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

7 gennaio 2025

1 Studiare per $a \in]0 + \infty[\setminus\{1\}$ la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + \log_a |x+1|,$$

determinando, in particolare, per quali a è limitata inferiormente.

Soluzione. La funzione è definita per $x \neq -1$ e la possiamo riscrivere come

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{\ln|x+1|}{\ln(a)}.$$

Studiamo intanto i limiti agli estremi del dominio e la situazione potrà cambiare a seconda che $\ln(a)$ sia positivo o negativo.

In entrambi i casi si ha

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty,$$

mentre per $x \to 1$ si hanno due casi diversi

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = -\infty, \quad \text{se } \ln(a) > 0 \iff \text{se } a > 1$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty, \quad \text{se } \ln(a) < 0 \iff \text{se } 0 < a < 1.$$

Pertanto la funzione non può essere limitata inferiormente se $a > 1$.

Per studiare il caso $0 < a < 1$, osserviamo che f è continua in $I_1 \cup I_2 =]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$. Dato che f tende a $+\infty$ agli estremi di I_1 ed è continua in tutti i punti di I_1, possiamo dedurre (applicando una variante del teorema di Weierstrass) che assume minimo $m_1 \in \mathbb{R}$ per $x \in I_1$. Con lo stesso ragionamento possiamo dedurre che assume minimo $m_2 \in \mathbb{R}$ per $x \in I_2$. Pertanto si ha che $f(x) \geq \min\{m_1, m_2\}$, per ogni $x \in \mathbb{R}\setminus\{-1\}$ e quindi che è limitata inferiormente.

Volendola studiare in modo più diretto, osserviamo che la funzione risulta continua e derivabile per $x \neq 1$ e calcolando la derivata si ha

$$f'(x) = x + \frac{1}{\ln(a)(x+1)} \qquad x \neq -1.$$

Nel caso $\ln(a) > 0$ si vede subito che f' non si annulla mai, infatti $x = -\frac{1}{\ln(a)(x+1)}$ non ha soluzioni, come si vede graficamente e osservando che $-\frac{1}{\ln(a)(x+1)}$ è iperbole equilatera

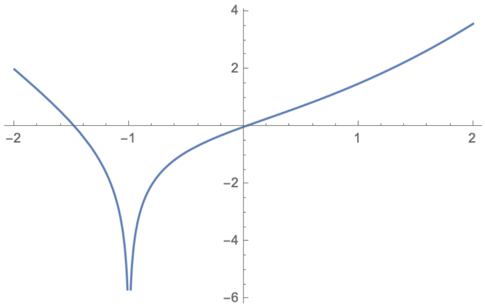

Figura 1: Il caso $a > 1$.

negativa per $x > -1$. Pertanto la funzione f risulta strettamente decrescente per $x < -1$ e strettamente crescente per $x > -1$.

Nel caso $\ln(a) < 0$ invece f' si annulla due volte di nuovo studiando l'intersezione tra x e iperbole $-\frac{1}{\ln(a)(x+1)}$ In questo caso ci sono due intersezioni dato che per $x < -1$ la funzione

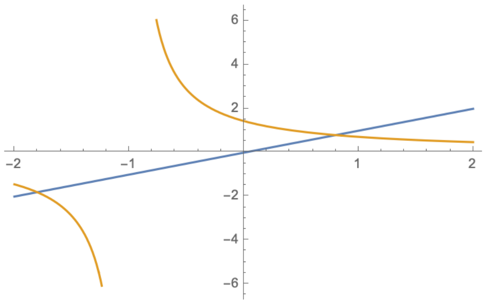

Figura 2: Studio del segno della derivata nel caso $0 < a < 1$.

x è negativa e crescente, tende a $-\infty$ per $x \to -\infty$ e a -1 per $x \to -1$. La funzione $-\frac{1}{\ln(a)(x+1)}$ è negativa e descrescente e tende a zero per $x \to -\infty$ e a $-\infty$ per $x \to -1^-$ e quindi c'è una e una sola soluzione per $x < -1$. Analogo ragionamento mostra che c'è una e una sola soluzione anche per $x > -1$.

Nel caso $0 < a < 1$ ci sono quindi due cambi di segno di f' che corrispondono a due punti di minimo locale e la funzione deve quindi risultare limitata inferiormente.

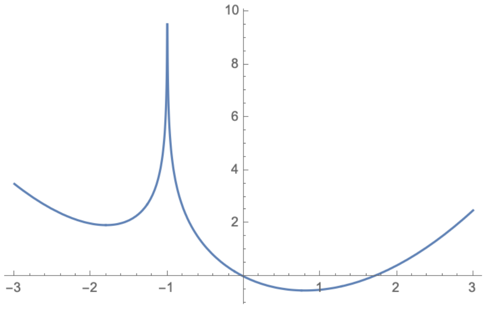

Figura 3: Il caso $0 < a < 1$.

2 Studiare la convergenza semplice (non assoluta) di

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n^3}{\mathrm{e}^n - n^2}.$$

Soluzione. Si tratta di una serie a segni alterni, dato che $a_n = \frac{n^3}{\mathrm{e}^n - n^2} \geq 0$. Verifichiamo se le altre ipotesi del criterio di Leibniz sono soddisfatte.

Sicuramente dallo studio dei limiti notevoli si ha che $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^3}{\mathrm{e}^n - n^2} = 0$ e resta da verificare se la successione soddisfa $a_{n+1} \leq a_n$. Per fare questo studiamo la funzione $F(x) = \frac{x^3}{\mathrm{e}^x - x^2}$ e si ha

$$F'(x) = -\frac{x^2 e^x (x-3) + x^4}{(e^x - x^2)^2}$$

che è sicuramente negative per $x \geq 3$, quindi la funzione $F(x)$ è definitivamente descrescente e pertanto $a_n = F(n)$ è definitivamente decrescente.

3 Calcolare, per $1 < a \leq 2$

$$I_a := \int_a^2 \frac{1}{\sqrt{x} - 1}\, dx.$$

e studiarne, se possibile, il limite $\lim_{a\to 1^+} I_a$

Soluzione. Calcoliamo l'integrale con la sostituzione $t = \sqrt{x} - 1$, da cui

$$x = (t+1)^2 \qquad \text{e} \quad dx = 2(t+1)dt$$

ottenendo

$$\int_a^2 \frac{1}{\sqrt{x}-1}\, dx = \int_{\sqrt{a}-1}^{\sqrt{2}-1} \frac{2(t+1)}{t}\, dt = 2\int_{\sqrt{a}-1}^{\sqrt{2}-1} \left(1 + \frac{1}{t}\right)\, dt = 2(t + \ln|t|)\Big|_{\sqrt{a}-1}^{\sqrt{2}-1}.$$

Otteniamo pertanto

$$I_a = 2\left(\sqrt{2} - \sqrt{a} + \ln|\sqrt{2} - 1| - \ln|\sqrt{a} - 1|\right),$$

e si vede subito che $\lim_{a\to 1^+} I_a = +\infty$.

4 Determinare, se esistono: una $f(x)$ continua per $x > 0$ e $\alpha \in \mathbb{R}$, tali che

$$6 + \int_\alpha^x \frac{f(t)}{t^2}\, dt = 2\sqrt{x} \qquad x > 0.$$

Soluzione. Se esiste tale f continua, usando il teorema fondamentale del calcolo integrale e derivando termine a termine si ottiene

$$\frac{f(x)}{x^2}\, dt = \frac{1}{\sqrt{x}} \qquad x > 0.$$

da cui risulta che necessariamente $f(x) = x^{3/2}$. Per tale $f(x)$ si ha dunque

$$\int_\alpha^x \frac{1}{\sqrt{t}}\, dt = -6 + 2\sqrt{x}.$$

e quindi scegliendo $x = \alpha$ si ha

$$0 = \int_\alpha^\alpha \frac{1}{\sqrt{t}}\, dt = -6 + 2\sqrt{\alpha}.$$

da cui si ricava $\sqrt{\alpha} = 3$ e quindi $\alpha = 9$.