

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 Settembre 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=214292

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
 Prova di Analisi Matematica 1
 9 Settembre 2024

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Cognome)

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Nome)

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|

(Numero di matricola)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|----|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 10 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

PARTE A

1. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x) \cos(x) < 0\}$$

valgono

$$A: \{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\} \quad B: \{0, 0, \pi, \pi\} \quad C: N.A. \quad D: \{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\} \quad E: \{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$$

2. La funzione $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x < 0 \\ \log(1+x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: è derivabile, ma non continua. B: è continua e derivabile. C: è continua, ma non derivabile. D: N.A. E: non è né continua né derivabile.

3. Dati $\alpha > 0$ e $f_\alpha(x) = 3(\log(\alpha x))$. Allora $f'_\alpha(e)$ è uguale a

$$A: \alpha \log(3e) \quad B: \frac{3\alpha}{e} \quad C: \frac{e^3}{\alpha} \quad D: \frac{3}{e} \quad E: N.A.$$

4. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20}$ è

A: surgettiva B: monotona crescente C: iniettiva D: N.A. E: derivabile ovunque

5. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale

$$A: 1 + x + x^2 \quad B: 1 + x \quad C: N.A. \quad D: 1 + \sin(x)x \quad E: 1 + 2x - \frac{\pi}{2}$$

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + \cos(x))}{3 \log(\log(x))}$$

vale

$$A: 0 \quad B: N.E. \quad C: +\infty \quad D: N.A. \quad E: 1$$

7. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n > [\pi]}^{\infty} \frac{1+n^2}{n^2} \log\left(1 + \frac{1}{n^\alpha}\right)$$

converge per

$$A: 3 < \alpha < \pi \quad B: \alpha > 1 \quad C: N.A. \quad D: \alpha \geq 1 \quad E: \alpha > 2$$

8. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x|^2 dx$$

vale

$$A: 0 \quad B: 3 \quad C: N.A. \quad D: \sqrt{2} \quad E: 7/2$$

9. Modulo e argomento del numero complesso $z = i^{44}$ sono

$$A: (2, 2\pi/3) \quad B: (2, 44\pi) \quad C: N.A. \quad D: (1, 44\pi) \quad E: (1, 3\pi/2)$$

10. La derivata della funzione $x(t) = \int_0^{t^2+1} \sin(z) dz$ vale

$$A: N.E. \quad B: N.A. \quad C: 2t \sin(t^2 + 1) \quad D: \sin(t^2) \quad E: 2t \sin(t^2)$$

CODICE=214292

CODICE=214292

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 Settembre 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=006124

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Prova di Analisi Matematica 1

9 Settembre 2024

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Cognome)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Nome)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Numero di matricola)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|----|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 10 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

CODICE=006124

PARTE A

1. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n > [\pi]}^{\infty} \frac{1+n^2}{n^2} \log\left(1 + \frac{1}{n^\alpha}\right)$$

converge per

A: $\alpha > 1$ B: N.A. C: $\alpha > 2$ D: $\alpha \geq 1$ E: $3 < \alpha < \pi$

2. La derivata della funzione $x(t) = \int_0^{t^2+1} \sin(z) dz$ vale

A: $\sin(t^2)$ B: N.A. C: $2t \sin(t^2)$ D: $2t \sin(t^2 + 1)$ E: N.E.

3. La funzione $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x < 0 \\ \log(1+x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: è continua e derivabile. B: è continua, ma non derivabile. C: non è né continua né derivabile. D: N.A. E: è derivabile, ma non continua.

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x) \cos(x) < 0\}$$

valgono

A: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ B: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ E: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$

5. Modulo e argomento del numero complesso $z = i^{44}$ sono

A: $(2, 2\pi/3)$ B: $(1, 44\pi)$ C: $(1, 3\pi/2)$ D: $(2, 44\pi)$ E: N.A.

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + \cos(x))}{3 \log(\log(x))}$$

vale

A: N.E. B: 0 C: N.A. D: $+\infty$ E: 1

7. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale

A: $1 + 2x - \frac{\pi}{2}$ B: $1 + x$ C: N.A. D: $1 + x + x^2$ E: $1 + \sin(x)x$

8. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x|^2 dx$$

vale

A: 3 B: 0 C: $7/2$ D: $\sqrt{2}$ E: N.A.

9. Dati $\alpha > 0$ e $f_\alpha(x) = 3(\log(\alpha x))$. Allora $f'_\alpha(e)$ è uguale a

A: $\frac{3\alpha}{e}$ B: $\alpha \log(3e)$ C: $\frac{e^3}{\alpha}$ D: N.A. E: $\frac{3}{e}$

10. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20}$ è

A: surgettiva B: monotona crescente C: N.A. D: derivabile ovunque E: iniettiva

CODICE=006124

CODICE=006124

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 Settembre 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=985823

PARTE A

1. Modulo e argomento del numero complesso $z = i^{44}$ sono
A: N.A. B: $(2, 44\pi)$ C: $(2, 2\pi/3)$ D: $(1, 3\pi/2)$ E: $(1, 44\pi)$

2. Dati $\alpha > 0$ e $f_\alpha(x) = 3(\log(\alpha x))$. Allora $f'_\alpha(e)$ è uguale a
A: $\frac{3}{e}$ B: $\frac{e^3}{\alpha}$ C: N.A. D: $\alpha \log(3e)$ E: $\frac{3\alpha}{e}$

3. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + \cos(x))}{3 \log(\log(x))}$$

vale

- A: $+\infty$ B: N.A. C: 1 D: 0 E: N.E.

4. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x|^2 dx$$

vale

- A: 0 B: $7/2$ C: 3 D: N.A. E: $\sqrt{2}$

5. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale

- A: $1 + x + x^2$ B: $1 + x$ C: $1 + \sin(x)x$ D: $1 + 2x - \frac{\pi}{2}$ E: N.A.

6. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x) \cos(x) < 0\}$$

valgono

- A: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ B: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ C: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

7. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n > [\pi]}^{\infty} \frac{1 + n^2}{n^2} \log\left(1 + \frac{1}{n^\alpha}\right)$$

converge per

- A: N.A. B: $3 < \alpha < \pi$ C: $\alpha \geq 1$ D: $\alpha > 1$ E: $\alpha > 2$

8. La derivata della funzione $x(t) = \int_0^{t^2+1} \sin(z) dz$ vale

- A: $2t \sin(t^2)$ B: N.E. C: N.A. D: $2t \sin(t^2 + 1)$ E: $\sin(t^2)$

9. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20}$ è

- A: N.A. B: iniettiva C: monotona crescente D: surgettiva E: derivabile ovunque

10. La funzione $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x < 0 \\ \log(1+x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

- A: non è né continua né derivabile. B: è derivabile, ma non continua. C: è continua e derivabile. D: N.A. E: è continua, ma non derivabile.

CODICE=985823

CODICE=985823

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 Settembre 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=619235

PARTE A

1. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|^{20}$ è
A: monotona crescente B: iniettiva C: N.A. D: surgettiva E: derivabile ovunque

2. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sin(x) \cos(x) < 0\}$$

valgono

- A: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{-\pi, -\pi, +\infty, N.E.\}$ C: $\{-\infty, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ D: $\{0, 0, \pi, \pi\}$
E: N.A.

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin(\sin(x))$ nel punto $x_0 = 0$ vale

- A: $1 + 2x - \frac{\pi}{2}$ B: N.A. C: $1 + \sin(x)x$ D: $1 + x$ E: $1 + x + x^2$

4. L'integrale

$$\int_{-1}^2 |x|^2 dx$$

vale

- A: 0 B: N.A. C: $7/2$ D: $\sqrt{2}$ E: 3

5. La funzione $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x < 0 \\ \log(1+x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

A: è derivabile, ma non continua. B: è continua e derivabile. C: è continua, ma non derivabile. D: non è né continua né derivabile. E: N.A.

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x^3 + \cos(x))}{3 \log(\log(x))}$$

vale

- A: $+\infty$ B: 0 C: 1 D: N.E. E: N.A.

7. Modulo e argomento del numero complesso $z = i^{44}$ sono

- A: N.A. B: $(1, 3\pi/2)$ C: $(2, 2\pi/3)$ D: $(1, 44\pi)$ E: $(2, 44\pi)$

8. La derivata della funzione $x(t) = \int_0^{t^2+1} \sin(z) dz$ vale

- A: $2t \sin(t^2 + 1)$ B: $\sin(t^2)$ C: N.E. D: N.A. E: $2t \sin(t^2)$

9. Dati $\alpha > 0$ e $f_\alpha(x) = 3(\log(\alpha x))$. Allora $f'_\alpha(e)$ è uguale a

- A: N.A. B: $\frac{3}{e}$ C: $\frac{3\alpha}{e}$ D: $\alpha \log(3e)$ E: $\frac{e^3}{\alpha}$

10. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n > [\pi]}^{\infty} \frac{1+n^2}{n^2} \log\left(1 + \frac{1}{n^\alpha}\right)$$

converge per

- A: $\alpha \geq 1$ B: $\alpha > 2$ C: $3 < \alpha < \pi$ D: $\alpha > 1$ E: N.A.

CODICE=619235

CODICE=619235

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
 Prova di Analisi Matematica 1

9 Settembre 2024

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Cognome)

| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Nome)

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|

(Numero di matricola)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|----|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1 | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 2 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 7 | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 8 | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 10 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

CODICE=214292

CODICE=214292

CODICE=006124

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 Settembre 2024

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Cognome)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Nome)

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

(Numero di matricola)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|----|----------------------------------|-----------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| 2 | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 3 | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 4 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 5 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| 6 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| 7 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 8 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| 9 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |
| 10 | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input checked="" type="radio"/> |

CODICE=985823

CODICE=985823

CODICE=619235

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

9 Settembre 2024

1 Studiare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{2 - \lambda|x|}$$

determinandone insieme di definizione, continuità e derivabilità, eventuali asintoti (compresi quelli obliqui), estremi superiore e inferiore o massimo e minimo.

Soluzione. Osserviamo intanto che la funzione è definita per $x \in \mathbb{R}$, risulta continua in tutto il dominio e che è una funzione pari. Pertanto ci basta studiarla per $x \geq 0$ ed è quello che faremo. Osserviamo che

$$\text{se } \lambda > 0 \implies \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad \text{e se } \lambda < 0 \implies \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty,$$

quindi nel primo caso non c'è minimo, mentre nel secondo non c'è massimo.

Inoltre $\frac{d}{dx} \sqrt[3]{2 - \lambda x} = -\frac{\lambda}{3 \sqrt[3]{(2 - \lambda x)^2}}$, che risulta negativa per $\lambda > 0$ e positiva altrimenti.

Notiamo che la derivata non esiste per $x = 2/\lambda$, nel caso $\lambda > 0$.

La funzione f risulta pertanto monotona decrescente per $\lambda > 0$ (massimo $\sqrt[3]{2}$ raggiunto per $x = 0$) e crescente per $\lambda < 0$ (minimo $\sqrt[3]{2}$ raggiunto per $x = 0$.) Per $\lambda \neq 0$ la funzione non risulta derivabile per $x = 0$. La funzione non ha asintoti verticali o obliqui e calcolando la derivata seconda

$$\frac{d^2}{dx^2} \sqrt[3]{2 - \lambda x} = -\frac{2\lambda^2}{9(2 - \lambda x)^{5/3}}$$

si ha che, per $\lambda > 0$ la funzione f risulta concava per $|x| < 2/\lambda$ e convessa per $x < -2/\lambda$ e $x > 2/\lambda$, mentre per $\lambda < 0$ la funzione risulta concava per $x < 0$ e per $x > 0$.

2 Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3(x)}{1 + \sin^2(x)} dx.$$

Soluzione. Con la sostituzione $t = \sin(x)$, si ha $dt = \cos(x)dx$ e l'integrale diventa

$$\int_0^1 \frac{1 - t^2}{1 + t^2} dt = \int_0^1 \frac{2}{1 + t^2} - 1 dt = 2 \arctan(t) - t \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2} - 1.$$

3 Risolvere

$$\begin{cases} y'(x) + y(x) = y^2(x) \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

ed eventualmente determinare per quali y_0 la soluzione è definita per tutti le $x > 0$.

Soluzione. Si tratta di una equazione a variabili separabili, e si nota meglio scrivendola come segue $y'(x) = y^2(x) - y(x)$.

Separando la variabili di ha

$$\int \frac{dz}{z^2 - z} = \int dx,$$

da cui $y(x) = \frac{1}{1+e^{x+c_1}}$ e imponendo le condizioni iniziali si ha

$$y(x) = \frac{y_0}{y_0 + e^x(1 - y_0)}.$$

La soluzione è definita per tutte le $x > 0$ se

$$y_0 + e^x(1 - y_0) > 0,$$

e questo equivale a chiedere $0 \leq 1 - y_0$, cioè $y_0 \leq 1$.

4 Siano $\sum_n a_n$ e $\sum_n b_n$ due serie a termini non-negativi. Determinare se esistono casi in cui

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{b_n} = k,$$

per qualche $k \in \mathbb{R}$ e la prima serie converge, mentre la seconda diverge.

Soluzione. Se $k < 1$ la serie converge, mentre se $k > 1$ diverge, quindi l'unico caso in cui il limite esiste e il comportamento può essere diverso è se $k = 1$. Per fornire un esempio osserviamo che se scegliamo $a_n = \frac{1}{n^2}$ e $b_n = \frac{1}{n}$ si ha che una serie diverge, l'altra converge, ma in entrambi i casi $k = 1$.