

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

25 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=494317**



**PARTE A**

1. L'integrale

$$\int_e^{e^2} \log(x) \frac{1}{x} dx$$

vale

A:  $3e$  B:  $2/e$  C: N.A. D:  $\frac{1}{2}$  E: 0

2. Sia  $x \geq 0$ . L'insieme di convergenza della serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+n^2x)}{n^2}$$

è

A:  $x = 0$  B:  $x > 0$  C: N.A. D:  $x \leq 1$  E:  $1 < x$

3. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin^3(3x)$  nel punto  $x_0 = \pi/12$  vale

A:  $-\frac{-12x+\pi-4}{4\sqrt{2}}$  B:  $\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{4})$  C: N.A. D:  $\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{12})$  E:  $1 + x + x^2$

4. Sia  $a > 0$ , la funzione  $f(x) = \begin{cases} \log(\cos(ax)) & \text{per } 0 < x < \pi/(2a) \\ x^2 + x & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è derivabile per

A:  $a = 1$  B:  $a > \pi/3$  C: N.A. D:  $a = k\pi, k \in \mathbb{N}$  E:  $a \in \mathbb{R}^+$

5. Data  $f(x) = (e^x)^{x^2}$ . Allora  $f'(1)$  è uguale a

A: N.A. B:  $2e$  C:  $e^2$  D:  $3e$  E:  $e^3$

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\cos(x^4)}$$

vale

A:  $1/2$  B: 0 C: N.E. D:  $+\infty$  E: N.A.

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : x \log(x) < e\}$$

valgono

A:  $\{0, 0, 1, N.E.\}$  B:  $\{0, N.E., 1, N.E.\}$  C: N.A. D:  $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$  E:  $\{0, N.E., e, N.E.\}$

8. Modulo e argomento del numero complesso  $z = \left(\frac{\sqrt{5}}{i}\right)^8$  sono

A: N.A. B:  $(625, \pi/2)$  C:  $(5^4, \pi)$  D:  $(9^2, 0)$  E:  $(5^4, \pi/2)$

9. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y'(x) = x \sinh(x^2)$  è

A: N.E. B:  $\frac{1}{2} \cosh(x^2) + 1$  C:  $\frac{1}{\cos(x)}$  D: N.A. E:  $x \cosh(x) - 1$

10. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = e^{x^2}$  è

A: non derivabile in  $x = 0$  B: N.A. C: concava D: integrabile su  $[0, +\infty[$  E: monotona crescente

**CODICE=494317**

**CODICE=494317**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

25 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=624848**



**PARTE A**

1. Data  $f(x) = (e^x)^{x^2}$ . Allora  $f'(1)$  è uguale a

A: N.A. B:  $2e$  C:  $3e$  D:  $e^2$  E:  $e^3$

2. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = e^{x^2}$  è

A: integrabile su  $[0, +\infty[$  B: N.A. C: monotona crescente D: concava E: non derivabile in  $x = 0$

3. L'integrale

$$\int_e^{e^2} \log(x) \frac{1}{x} dx$$

vale

A: 0 B:  $2/e$  C:  $\frac{1}{2}$  D:  $3e$  E: N.A.

4. Sia  $x \geq 0$ . L'insieme di convergenza della serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+n^2x)}{n^2}$$

è

A:  $1 < x$  B:  $x = 0$  C: N.A. D:  $x > 0$  E:  $x \leq 1$

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\cos(x^4)}$$

vale

A:  $+\infty$  B: N.A. C:  $1/2$  D: N.E. E: 0

6. Sia  $a > 0$ , la funzione  $f(x) = \begin{cases} \log(\cos(ax)) & \text{per } 0 < x < \pi/(2a) \\ x^2 + x & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è derivabile per

A:  $a = 1$  B: N.A. C:  $a \in \mathbb{R}^+$  D:  $a > \pi/3$  E:  $a = k\pi, k \in \mathbb{N}$

7. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y'(x) = x \sinh(x^2)$  è

A:  $\frac{1}{2} \cosh(x^2) + 1$  B: N.E. C: N.A. D:  $\frac{1}{\cos(x)}$  E:  $x \cosh(x) - 1$

8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : x \log(x) < e\}$$

valgono

A: N.A. B:  $\{0, N.E., e, N.E.\}$  C:  $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$  D:  $\{0, N.E., 1, N.E.\}$  E:  $\{0, 0, 1, N.E.\}$

9. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin^3(3x)$  nel punto  $x_0 = \pi/12$  vale

A:  $-\frac{12x+\pi-4}{4\sqrt{2}}$  B:  $\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{12})$  C:  $\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{4})$  D: N.A. E:  $1 + x + x^2$

10. Modulo e argomento del numero complesso  $z = \left(\frac{\sqrt{5}}{i}\right)^8$  sono

A: N.A. B:  $(5^4, \pi/2)$  C:  $(5^4, \pi)$  D:  $(625, \pi/2)$  E:  $(9^2, 0)$

**CODICE=624848**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

25 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=423613**



## PARTE A

1. Sia  $x \geq 0$ . L'insieme di convergenza della serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+n^2x)}{n^2}$$

è

A: N.A. B:  $x \leq 1$  C:  $x > 0$  D:  $1 < x$  E:  $x = 0$

2. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin^3(3x)$  nel punto  $x_0 = \pi/12$  vale

A: N.A. B:  $-\frac{-12x+\pi-4}{4\sqrt{2}}$  C:  $1+x+x^2$  D:  $\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{12})$  E:  $\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{4})$

3. Modulo e argomento del numero complesso  $z = (\frac{\sqrt{5}}{i})^8$  sono

A: N.A. B:  $(5^4, \pi)$  C:  $(9^2, 0)$  D:  $(5^4, \pi/2)$  E:  $(625, \pi/2)$

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : x \log(x) < e\}$$

valgono

A:  $\{0, N.E., e, N.E.\}$  B:  $\{0, 0, 1, N.E.\}$  C:  $\{0, N.E., 1, N.E.\}$  D: N.A. E:  $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

5. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y'(x) = x \sinh(x^2)$  è

A:  $\frac{1}{\cos(x)}$  B:  $\frac{1}{2} \cosh(x^2) + 1$  C:  $x \cosh(x) - 1$  D: N.A. E: N.E.

6. L'integrale

$$\int_e^{e^2} \log(x) \frac{1}{x} dx$$

vale

A:  $3e$  B:  $\frac{1}{2}$  C: 0 D:  $2/e$  E: N.A.

7. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\cos(x^4)}$$

vale

A:  $1/2$  B:  $+\infty$  C: 0 D: N.E. E: N.A.

8. Sia  $a > 0$ , la funzione  $f(x) = \begin{cases} \log(\cos(ax)) & \text{per } 0 < x < \pi/(2a) \\ x^2 + x & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è derivabile per

A:  $a \in \mathbb{R}^+$  B:  $a > \pi/3$  C:  $a = 1$  D: N.A. E:  $a = k\pi, k \in \mathbb{N}$

9. La funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = e^{x^2}$  è

A: concava B: integrabile su  $[0, +\infty[$  C: N.A. D: non derivabile in  $x = 0$  E: monotona crescente

10. Data  $f(x) = (e^x)^{x^2}$ . Allora  $f'(1)$  è uguale a

A: N.A. B:  $3e$  C:  $e^2$  D:  $2e$  E:  $e^3$

**CODICE=423613**

**CODICE=423613**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

25 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

**CODICE=188867**



**PARTE A**

1. Modulo e argomento del numero complesso  $z = \left(\frac{\sqrt{5}}{i}\right)^8$  sono  
 A:  $(5^4, \pi/2)$    B:  $(9^2, 0)$    C:  $(625, \pi/2)$    D: N.A.   E:  $(5^4, \pi)$

2. Data  $f(x) = (e^x)^{x^2}$ . Allora  $f'(1)$  è uguale a  
 A:  $2e$    B: N.A.   C:  $3e$    D:  $e^2$    E:  $e^3$

3. La retta tangente al grafico di  $y(x) = \sin^3(3x)$  nel punto  $x_0 = \pi/12$  vale  
 A:  $\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{9}{2\sqrt{2}}\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$    B:  $\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2\sqrt{2}}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$    C: N.A.   D:  $-\frac{-12x+\pi-4}{4\sqrt{2}}$    E:  $1 + x + x^2$

4. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\cos(x^4)}$$

vale

A:  $+\infty$    B:  $1/2$    C:  $0$    D: N.A.   E: N.E.

5. Una soluzione dell'equazione differenziale  $y'(x) = x \sinh(x^2)$  è  
 A: N.E.   B: N.A.   C:  $\frac{1}{\cos(x)}$    D:  $x \cosh(x) - 1$    E:  $\frac{1}{2} \cosh(x^2) + 1$

6. Sia  $x \geq 0$ . L'insieme di convergenza della serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+n^2x)}{n^2}$$

è

A: N.A.   B:  $x = 0$    C:  $x > 0$    D:  $1 < x$    E:  $x \leq 1$

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : x \log(x) < e\}$$

valgono

A:  $\{0, N.E., 1, N.E.\}$    B:  $\{0, N.E., e, N.E.\}$    C:  $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$    D:  $\{0, 0, 1, N.E.\}$   
 E: N.A.

8. La funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = e^{x^2}$  è

A: non derivabile in  $x = 0$    B: integrabile su  $[0, +\infty[$    C: N.A.   D: concava   E: monotona crescente

9. Sia  $a > 0$ , la funzione  $f(x) = \begin{cases} \log(\cos(ax)) & \text{per } 0 < x < \pi/(2a) \\ x^2 + x & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$  è derivabile per

A:  $a = 1$    B:  $a > \pi/3$    C:  $a = k\pi, k \in \mathbb{N}$    D:  $a \in \mathbb{R}^+$    E: N.A.

10. L'integrale

$$\int_e^{e^2} \log(x) \frac{1}{x} dx$$

vale

A:  $0$    B:  $\frac{1}{2}$    C:  $2/e$    D: N.A.   E:  $3e$

**CODICE=188867**

**CODICE=188867**



**CODICE=494317**



**CODICE=624848**



**CODICE=423613**



**CODICE=188867**

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica  
Prova di Analisi Matematica 1

25 giugno 2024

**PARTE B**

1 Studiare la funzione

$$f(x) = \left| 2e^{-|x|} - 1 \right|$$

determinando, massimi e minimi locali e assoluti e intervalli di convessità.

**Soluzione:** La funzione è non negativa e pari e quindi basta studiarla per  $x > 0$ , inoltre si annulla per  $x = \log(2)$  che è punto di minimo assoluto. Per  $x > 0$  si ha anche

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-x} - 1 & 0 < x < \log(2) \\ 1 - 2e^{-x} & \log(2) \leq x, \end{cases}$$

e pertanto

$$f'(x) = \begin{cases} -2e^{-x} & 0 < x < \log(2) \\ 2e^{-x} & \log(2) < x, \end{cases}$$

e quindi la funzione è decrescente per  $0 < x < \log(2)$  e crescente per  $x > \log(2)$  (La funzione non è derivabile per  $x = 0, \log(2)$ ).

Dallo studio degli intervalli di crescita si ottiene che il punto  $x = 0$  è l'unico di massimo. Non ci sono poi punti di massimo o minimo relativo. Dal calcolo si ottiene

$$f''(x) = \begin{cases} 2e^{-x} & 0 < x < \log(2) \\ -2e^{-x} & \log(2) < x, \end{cases}$$

quindi  $f$  è convessa per  $0 < x < \log(2)$  e concava per  $x > \log(2)$ .

2 Studiare, per  $\alpha > 1$ , la convergenza di

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n^2) \cos(n\pi) \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) \cos\left(\frac{1}{n}\right).$$

**Soluzione:** Non si tratta di serie a segni alterni, dato che  $\cos(n\pi)$  è a segni alterni, ma  $\sin(n^2)$  non ha alcun particolare segno. Studiando quindi la convergenza assoluta si ha

$$\left| \sin(n^2) \cos(n\pi) \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right| \leq \frac{1}{n^\alpha},$$

pertanto la serie converge assolutamente per  $\alpha > 1$ .

3 Calcolare, per tutti gli  $n \in \mathbb{N}$  tali che  $1 \leq n < [13, 5]$

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(x)}{x^{n+1}} dx$$

**Soluzione:** Calcoliamo l'integrale tramite il seguente limite

$$\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{\log(x)}{x^{n+1}} dx$$

e integrando per parti due volte si ha

$$\begin{aligned} \int_1^b \frac{\log(x)}{x^{n+1}} dx &= -\frac{\log(x)}{nx^n} dx \Big|_1^b - \frac{1}{n} \int_1^b \frac{1}{x^{n+1}} dx \\ &= -\frac{\log(x)}{nx^n} dx \Big|_1^b - \frac{1}{n^2} \frac{1}{x^n} \Big|_1^b. \end{aligned}$$

Pertanto

$$\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{\log(x)}{x^{n+1}} dx = \frac{1}{n^2}$$

4 Sia  $f(x) = \frac{x^p}{p}$ , per  $p > 1$  e  $x \geq 0$ . Sia  $g$  la funzione inversa di  $f'$ . Risolvere

$$\begin{cases} y'(x) = g(x) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

**Soluzione:** La derivata vale  $f' = x^{p-1}$  e quindi la sua inversa è la radice  $p-1$ -esima. Si deve quindi studiare il problema

$$\begin{cases} y'(x) = x^{1/(p-1)} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Integrando si ha  $y(x) = x^{p/(p-1)} \frac{p}{p-1}$ .