

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

25 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=494317

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_e^{e^2} \log(x) \frac{1}{x} dx$$

vale

A: $3e$ B: $2/e$ C: N.A. D: $\frac{1}{2}$ E: 0

2. Sia $x \geq 0$. L'insieme di convergenza della serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+n^2x)}{n^2}$$

è

A: $x = 0$ B: $x > 0$ C: N.A. D: $x \leq 1$ E: $1 < x$

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin^3(3x)$ nel punto $x_0 = \pi/12$ vale

A: $-\frac{-12x+\pi-4}{4\sqrt{2}}$ B: $\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{4})$ C: N.A. D: $\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{12})$ E: $1 + x + x^2$

4. Sia $a > 0$, la funzione $f(x) = \begin{cases} \log(\cos(ax)) & \text{per } 0 < x < \pi/(2a) \\ x^2 + x & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile per

A: $a = 1$ B: $a > \pi/3$ C: N.A. D: $a = k\pi, k \in \mathbb{N}$ E: $a \in \mathbb{R}^+$

5. Data $f(x) = (e^x)^{x^2}$. Allora $f'(1)$ è uguale a

A: N.A. B: $2e$ C: e^2 D: $3e$ E: e^3

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\cos(x^4)}$$

vale

A: $1/2$ B: 0 C: N.E. D: $+\infty$ E: N.A.

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : x \log(x) < e\}$$

valgono

A: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ B: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{0, N.E., e, N.E.\}$

8. Modulo e argomento del numero complesso $z = \left(\frac{\sqrt{5}}{i}\right)^8$ sono

A: N.A. B: $(625, \pi/2)$ C: $(5^4, \pi)$ D: $(9^2, 0)$ E: $(5^4, \pi/2)$

9. Una soluzione dell'equazione differenziale $y'(x) = x \sinh(x^2)$ è

A: N.E. B: $\frac{1}{2} \cosh(x^2) + 1$ C: $\frac{1}{\cos(x)}$ D: N.A. E: $x \cosh(x) - 1$

10. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = e^{x^2}$ è

A: non derivabile in $x = 0$ B: N.A. C: concava D: integrabile su $[0, +\infty[$ E: monotona crescente

CODICE=494317

CODICE=494317

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

25 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=624848

PARTE A

1. Data $f(x) = (e^x)^{x^2}$. Allora $f'(1)$ è uguale a

A: N.A. B: $2e$ C: $3e$ D: e^2 E: e^3

2. La funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = e^{x^2}$ è

A: integrabile su $[0, +\infty[$ B: N.A. C: monotona crescente D: concava E: non derivabile in $x = 0$

3. L'integrale

$$\int_e^{e^2} \log(x) \frac{1}{x} dx$$

vale

A: 0 B: $2/e$ C: $\frac{1}{2}$ D: $3e$ E: N.A.

4. Sia $x \geq 0$. L'insieme di convergenza della serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+n^2x)}{n^2}$$

è

A: $1 < x$ B: $x = 0$ C: N.A. D: $x > 0$ E: $x \leq 1$

5. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\cos(x^4)}$$

vale

A: $+\infty$ B: N.A. C: $1/2$ D: N.E. E: 0

6. Sia $a > 0$, la funzione $f(x) = \begin{cases} \log(\cos(ax)) & \text{per } 0 < x < \pi/(2a) \\ x^2 + x & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile per

A: $a = 1$ B: N.A. C: $a \in \mathbb{R}^+$ D: $a > \pi/3$ E: $a = k\pi, k \in \mathbb{N}$

7. Una soluzione dell'equazione differenziale $y'(x) = x \sinh(x^2)$ è

A: $\frac{1}{2} \cosh(x^2) + 1$ B: N.E. C: N.A. D: $\frac{1}{\cos(x)}$ E: $x \cosh(x) - 1$

8. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : x \log(x) < e\}$$

valgono

A: N.A. B: $\{0, N.E., e, N.E.\}$ C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ E: $\{0, 0, 1, N.E.\}$

9. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin^3(3x)$ nel punto $x_0 = \pi/12$ vale

A: $-\frac{12x+\pi-4}{4\sqrt{2}}$ B: $\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{12})$ C: $\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{4})$ D: N.A. E: $1 + x + x^2$

10. Modulo e argomento del numero complesso $z = \left(\frac{\sqrt{5}}{i}\right)^8$ sono

A: N.A. B: $(5^4, \pi/2)$ C: $(5^4, \pi)$ D: $(625, \pi/2)$ E: $(9^2, 0)$

CODICE=624848

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

25 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=423613

PARTE A

1. Sia $x \geq 0$. L'insieme di convergenza della serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+n^2x)}{n^2}$$

è

A: N.A. B: $x \leq 1$ C: $x > 0$ D: $1 < x$ E: $x = 0$

2. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin^3(3x)$ nel punto $x_0 = \pi/12$ vale

A: N.A. B: $-\frac{-12x+\pi-4}{4\sqrt{2}}$ C: $1+x+x^2$ D: $\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{12})$ E: $\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2\sqrt{2}}(x - \frac{\pi}{4})$

3. Modulo e argomento del numero complesso $z = (\frac{\sqrt{5}}{i})^8$ sono

A: N.A. B: $(5^4, \pi)$ C: $(9^2, 0)$ D: $(5^4, \pi/2)$ E: $(625, \pi/2)$

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : x \log(x) < e\}$$

valgono

A: $\{0, N.E., e, N.E.\}$ B: $\{0, 0, 1, N.E.\}$ C: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$

5. Una soluzione dell'equazione differenziale $y'(x) = x \sinh(x^2)$ è

A: $\frac{1}{\cos(x)}$ B: $\frac{1}{2} \cosh(x^2) + 1$ C: $x \cosh(x) - 1$ D: N.A. E: N.E.

6. L'integrale

$$\int_e^{e^2} \log(x) \frac{1}{x} dx$$

vale

A: $3e$ B: $\frac{1}{2}$ C: 0 D: $2/e$ E: N.A.

7. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\cos(x^4)}$$

vale

A: $1/2$ B: $+\infty$ C: 0 D: N.E. E: N.A.

8. Sia $a > 0$, la funzione $f(x) = \begin{cases} \log(\cos(ax)) & \text{per } 0 < x < \pi/(2a) \\ x^2 + x & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile per

A: $a \in \mathbb{R}^+$ B: $a > \pi/3$ C: $a = 1$ D: N.A. E: $a = k\pi, k \in \mathbb{N}$

9. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = e^{x^2}$ è

A: concava B: integrabile su $[0, +\infty[$ C: N.A. D: non derivabile in $x = 0$ E: monotona crescente

10. Data $f(x) = (e^x)^{x^2}$. Allora $f'(1)$ è uguale a

A: N.A. B: $3e$ C: e^2 D: $2e$ E: e^3

CODICE=423613

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

25 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=188867

PARTE A

1. Modulo e argomento del numero complesso $z = \left(\frac{\sqrt{5}}{i}\right)^8$ sono
A: $(5^4, \pi/2)$ B: $(9^2, 0)$ C: $(625, \pi/2)$ D: N.A. E: $(5^4, \pi)$

2. Data $f(x) = (e^x)^{x^2}$. Allora $f'(1)$ è uguale a
A: $2e$ B: N.A. C: $3e$ D: e^2 E: e^3

3. La retta tangente al grafico di $y(x) = \sin^3(3x)$ nel punto $x_0 = \pi/12$ vale
A: $\frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{9}{2\sqrt{2}}\left(x - \frac{\pi}{12}\right)$ B: $\frac{1}{2\sqrt{2}} - \frac{9}{2\sqrt{2}}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ C: N.A. D: $-\frac{-12x+\pi-4}{4\sqrt{2}}$ E: $1 + x + x^2$

4. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{\cos(x^4)}$$

vale

A: $+\infty$ B: $1/2$ C: 0 D: N.A. E: N.E.

5. Una soluzione dell'equazione differenziale $y'(x) = x \sinh(x^2)$ è
A: N.E. B: N.A. C: $\frac{1}{\cos(x)}$ D: $x \cosh(x) - 1$ E: $\frac{1}{2} \cosh(x^2) + 1$

6. Sia $x \geq 0$. L'insieme di convergenza della serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1+n^2x)}{n^2}$$

è

A: N.A. B: $x = 0$ C: $x > 0$ D: $1 < x$ E: $x \leq 1$

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : x \log(x) < e\}$$

valgono

A: $\{0, N.E., 1, N.E.\}$ B: $\{0, N.E., e, N.E.\}$ C: $\{-\infty, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, 0, 1, N.E.\}$
E: N.A.

8. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = e^{x^2}$ è

A: non derivabile in $x = 0$ B: integrabile su $[0, +\infty[$ C: N.A. D: concava E: monotona crescente

9. Sia $a > 0$, la funzione $f(x) = \begin{cases} \log(\cos(ax)) & \text{per } 0 < x < \pi/(2a) \\ x^2 + x & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile per

A: $a = 1$ B: $a > \pi/3$ C: $a = k\pi, k \in \mathbb{N}$ D: $a \in \mathbb{R}^+$ E: N.A.

10. L'integrale

$$\int_e^{e^2} \log(x) \frac{1}{x} dx$$

vale

A: 0 B: $\frac{1}{2}$ C: $2/e$ D: N.A. E: $3e$

CODICE=188867

CODICE=494317

CODICE=624848

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

25 giugno 2024

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Cognome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Nome)

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(Numero di matricola)

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

1	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
3	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
6	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
7	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
8	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
9	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
10	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

CODICE=423613

CODICE=188867

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

25 giugno 2024

PARTE B

1 Studiare la funzione

$$f(x) = \left| 2e^{-|x|} - 1 \right|$$

determinando, massimi e minimi locali e assoluti e intervalli di convessità.

Soluzione: La funzione è non negativa e pari e quindi basta studiarla per $x > 0$, inoltre si annulla per $x = \log(2)$ che è punto di minimo assoluto. Per $x > 0$ si ha anche

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-x} - 1 & 0 < x < \log(2) \\ 1 - 2e^{-x} & \log(2) \leq x, \end{cases}$$

e pertanto

$$f'(x) = \begin{cases} -2e^{-x} & 0 < x < \log(2) \\ 2e^{-x} & \log(2) < x, \end{cases}$$

e quindi la funzione è decrescente per $0 < x < \log(2)$ e crescente per $x > \log(2)$ (La funzione non è derivabile per $x = 0, \log(2)$).

Dallo studio degli intervalli di crescita si ottiene che il punto $x = 0$ è l'unico di massimo. Non ci sono poi punti di massimo o minimo relativo. Dal calcolo si ottiene

$$f''(x) = \begin{cases} 2e^{-x} & 0 < x < \log(2) \\ -2e^{-x} & \log(2) < x, \end{cases}$$

quindi f è convessa per $0 < x < \log(2)$ e concava per $x > \log(2)$.

2 Studiare, per $\alpha > 1$, la convergenza di

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n^2) \cos(n\pi) \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) \cos\left(\frac{1}{n}\right).$$

Soluzione: Non si tratta di serie a segni alterni, dato che $\cos(n\pi)$ è a segni alterni, ma $\sin(n^2)$ non ha alcun particolare segno. Studiando quindi la convergenza assoluta si ha

$$\left| \sin(n^2) \cos(n\pi) \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right) \cos\left(\frac{1}{n}\right) \right| \leq \frac{1}{n^\alpha},$$

pertanto la serie converge assolutamente per $\alpha > 1$.

3 Calcolare, per tutti gli $n \in \mathbb{N}$ tali che $1 \leq n < [13, 5]$

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(x)}{x^{n+1}} dx$$

Soluzione: Calcoliamo l'integrale tramite il seguente limite

$$\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{\log(x)}{x^{n+1}} dx$$

e integrando per parti due volte si ha

$$\begin{aligned} \int_1^b \frac{\log(x)}{x^{n+1}} dx &= -\frac{\log(x)}{nx^n} dx \Big|_1^b - \frac{1}{n} \int_1^b \frac{1}{x^{n+1}} dx \\ &= -\frac{\log(x)}{nx^n} dx \Big|_1^b - \frac{1}{n^2} \frac{1}{x^n} \Big|_1^b. \end{aligned}$$

Pertanto

$$\lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{\log(x)}{x^{n+1}} dx = \frac{1}{n^2}$$

4 Sia $f(x) = \frac{x^p}{p}$, per $p > 1$ e $x \geq 0$. Sia g la funzione inversa di f' . Risolvere

$$\begin{cases} y'(x) = g(x) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Soluzione: La derivata vale $f' = x^{p-1}$ e quindi la sua inversa è la radice $p-1$ -esima. Si deve quindi studiare il problema

$$\begin{cases} y'(x) = x^{1/(p-1)} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Integrando si ha $y(x) = x^{p/(p-1)} \frac{p}{p-1}$.