

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

4 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=128542

PARTE A

1. La funzione $f(x) = \begin{cases} \sin(\log(x)) + 1 & \text{per } x > 0 \\ x + c & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua per c uguale a
A: $c = 1$ B: N.A. C: $c = 0$ D: N.E. E: $c = \pm 1$

2. L'integrale

$$\int_0^1 \log(x) dx$$

vale

- A: N.A. B: $\sqrt{2}$ C: $5/2$ D: $3/2$ E: 0

3. Al variare di $b > 0$ l'integrale

$$\int_{\log(b^3)}^{+\infty} e^{-x} dx$$

vale

- A: N.A. B: e^{-b^3} C: b^{-3} D: $-b^3$ E: N.E.

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : \sin(\log(x)) < 0\}$$

valgono

- A: $\{0, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ B: $\{\pi, \pi, +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{\pi e, N.E., +\infty, N.E.\}$

5. Si ha

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^\lambda)}{1 - \cos(x)} = \frac{1}{2}$$

per i valori del parametro λ

- A: N.A. B: $\lambda = -2$ C: $\lambda = 2$ D: $\lambda = 0$ E: N.E.

6. I punti di flesso di $f(x) = x^{23}$ sono

- A: N.E. B: $x = k, k = 0, 1, \dots, 21$ C: N.A. D: $x = \pm 1$ E: $x = -1$

7. L'argomento dei numeri complessi z tale che $z^3 = i$ vale

- A: $\pi/6 + 4k\pi/3$ B: $\pi/6 + 2k\pi/3$ C: $-\pi/6 + 2k\pi/3$ D: N.A. E: $\pi/3$

8. Data $f(x) = \sin((x-1)^{3/2})$. Allora $f'(1)$ è uguale a

- A: 0 B: $\frac{3}{2} \cos(0)$ C: N.A. D: e^3 E: 1

9. Data $f(x) = \log_2(x^3)$. Allora $f'(2)$ vale

- A: N.A. B: $\frac{1}{\log(3)}$ C: $\frac{3}{\log_2(4)}$ D: $\frac{3}{\log(4)}$ E: 0

10. Data la funzione $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ definita per $x \in \mathbb{R}$. Il numero di intervalli in cui è crescente è

- A: 2 B: 3 C: N.A. D: 0 E: 4

CODICE=128542

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

4 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=857292

PARTE A

1. Data la funzione $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ definita per $x \in \mathbb{R}$. Il numero di intervalli in cui è crescente è

A: N.A. B: 2 C: 0 D: 4 E: 3

2. I punti di flesso di $f(x) = x^{23}$ sono

A: $x = k$, $k = 0, 1, \dots, 21$ B: $x = \pm 1$ C: N.E. D: $x = -1$ E: N.A.

3. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : \sin(\log(x)) < 0\}$$

valgono

A: $\{0, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ B: $\{\pi, \pi, +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{\pi e, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$

4. La funzione $f(x) = \begin{cases} \sin(\log(x)) + 1 & \text{per } x > 0 \\ x + c & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua per c uguale a

A: $c = \pm 1$ B: $c = 0$ C: N.A. D: $c = 1$ E: N.E.

5. Al variare di $b > 0$ l'integrale

$$\int_{\log(b^3)}^{+\infty} e^{-x} dx$$

vale

A: b^{-3} B: N.E. C: $-b^3$ D: e^{-b^3} E: N.A.

6. Data $f(x) = \log_2(x^3)$. Allora $f'(2)$ vale

A: $\frac{3}{\log(4)}$ B: $\frac{1}{\log(3)}$ C: $\frac{3}{\log_2(4)}$ D: 0 E: N.A.

7. Data $f(x) = \sin((x-1)^{3/2})$. Allora $f'(1)$ è uguale a

A: 0 B: N.A. C: 1 D: e^3 E: $\frac{3}{2} \cos(0)$

8. L'argomento dei numeri complessi z tale che $z^3 = i$ vale

A: $-\pi/6 + 2k\pi/3$ B: $\pi/6 + 4k\pi/3$ C: $\pi/3$ D: N.A. E: $\pi/6 + 2k\pi/3$

9. Si ha

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^\lambda)}{1 - \cos(x)} = \frac{1}{2}$$

per i valori del parametro λ

A: $\lambda = 0$ B: $\lambda = 2$ C: N.E. D: N.A. E: $\lambda = -2$

10. L'integrale

$$\int_0^1 \log(x) dx$$

vale

A: 0 B: $\sqrt{2}$ C: N.A. D: $3/2$ E: $5/2$

CODICE=857292

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

4 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=719913

PARTE A

1. Data la funzione $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ definita per $x \in \mathbb{R}$. Il numero di intervalli in cui è crescente è

A: 2 B: 4 C: 3 D: 0 E: N.A.

2. Al variare di $b > 0$ l'integrale

$$\int_{\log(b^3)}^{+\infty} e^{-x} dx$$

vale

A: N.A. B: N.E. C: b^{-3} D: $-b^3$ E: e^{-b^3}

3. La funzione $f(x) = \begin{cases} \sin(\log(x)) + 1 & \text{per } x > 0 \\ x + c & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua per c uguale a

A: N.E. B: $c = 0$ C: $c = \pm 1$ D: $c = 1$ E: N.A.

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : \sin(\log(x)) < 0\}$$

valgono

A: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{\pi, \pi, +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{\pi e, N.E., +\infty, N.E.\}$ E: $\{0, N.E., 2\pi, 2\pi\}$

5. Si ha

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^\lambda)}{1 - \cos(x)} = \frac{1}{2}$$

per i valori del parametro λ

A: $\lambda = -2$ B: N.E. C: N.A. D: $\lambda = 0$ E: $\lambda = 2$

6. L'integrale

$$\int_0^1 \log(x) dx$$

vale

A: $5/2$ B: 0 C: $3/2$ D: $\sqrt{2}$ E: N.A.

7. L'argomento dei numeri complessi z tale che $z^3 = i$ vale

A: N.A. B: $\pi/6 + 4k\pi/3$ C: $\pi/3$ D: $-\pi/6 + 2k\pi/3$ E: $\pi/6 + 2k\pi/3$

8. Data $f(x) = \log_2(x^3)$. Allora $f'(2)$ vale

A: $\frac{3}{\log(4)}$ B: $\frac{1}{\log(3)}$ C: N.A. D: 0 E: $\frac{3}{\log_2(4)}$

9. Data $f(x) = \sin((x-1)^{3/2})$. Allora $f'(1)$ è uguale a

A: N.A. B: 1 C: e^3 D: 0 E: $\frac{3}{2} \cos(0)$

10. I punti di flesso di $f(x) = x^{23}$ sono

A: N.A. B: N.E. C: $x = \pm 1$ D: $x = -1$ E: $x = k$, $k = 0, 1, \dots, 21$

CODICE=719913

CODICE=719913

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

4 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=025013

PARTE A

1. L'argomento dei numeri complessi z tale che $z^3 = i$ vale
 A: $\pi/3$ B: N.A. C: $-\pi/6 + 2k\pi/3$ D: $\pi/6 + 2k\pi/3$ E: $\pi/6 + 4k\pi/3$

2. Data $f(x) = \sin((x-1)^{3/2})$. Allora $f'(1)$ è uguale a
 A: 0 B: 1 C: e^3 D: $\frac{3}{2} \cos(0)$ E: N.A.

3. La funzione $f(x) = \begin{cases} \sin(\log(x)) + 1 & \text{per } x > 0 \\ x + c & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua per c uguale a
 A: $c = 0$ B: N.A. C: $c = \pm 1$ D: N.E. E: $c = 1$

4. Data $f(x) = \log_2(x^3)$. Allora $f'(2)$ vale
 A: $\frac{1}{\log(3)}$ B: N.A. C: 0 D: $\frac{3}{\log_2(4)}$ E: $\frac{3}{\log(4)}$

5. I punti di flesso di $f(x) = x^{23}$ sono
 A: $x = -1$ B: $x = k, k = 0, 1, \dots, 21$ C: $x = \pm 1$ D: N.E. E: N.A.

6. Si ha
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^\lambda)}{1 - \cos(x)} = \frac{1}{2}$$

per i valori del parametro λ

A: $\lambda = 2$ B: N.E. C: $\lambda = 0$ D: N.A. E: $\lambda = -2$

7. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : \sin(\log(x)) < 0\}$$

valgono

A: N.A. B: $\{0, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ C: $\{\pi e, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{\pi, \pi, +\infty, N.E.\}$ E: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$

8. Al variare di $b > 0$ l'integrale

$$\int_{\log(b^3)}^{+\infty} e^{-x} dx$$

vale

A: e^{-b^3} B: b^{-3} C: N.A. D: $-b^3$ E: N.E.

9. Data la funzione $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ definita per $x \in \mathbb{R}$. Il numero di intervalli in cui è crescente è

A: 4 B: 2 C: N.A. D: 0 E: 3

10. L'integrale

$$\int_0^1 \log(x) dx$$

vale

A: $5/2$ B: $3/2$ C: N.A. D: 0 E: $\sqrt{2}$

CODICE=025013

CODICE=128542

CODICE=857292

CODICE=719913

CODICE=025013

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

4 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=976963

PARTE A

1. Si ha

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\lambda x} - 1}{\sin(x)} = 0$$

per i valori del parametro λ tali che

A: N.E. B: $\lambda = -2$ C: $\lambda \leq 0$ D: N.A. E: $\lambda = 0$

2. La funzione $f(x) = \begin{cases} \sin(x \log(x)) + 1 & \text{per } x > 0 \\ x + c & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua per c uguale a

A: N.E. B: $c = \pm 1$ C: N.A. D: $c = 1$ E: $c = 0$

3. Data la funzione $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ definita per $x \in \mathbb{R}$. Il numero di intervalli in cui è crescente è

A: 2 B: N.A. C: 3 D: 0 E: 4

4. L'integrale

$$\int_b^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$$

vale

A: $\pi/2 - b$ B: $\pi/2 + \arctan(b)$ C: π D: N.E. E: N.A.

5. L'integrale

$$\int_1^e \log(x) dx$$

vale

A: $5/2$ B: 0 C: $3/2$ D: $\sqrt{2}$ E: N.A.

6. L'argomento dei numeri complessi z tale che $z^3 = -i$ vale

A: $\pi/3$ B: N.A. C: $\pi/6 + 2k\pi/3$ D: $\pi/6 + 4k\pi/3$ E: $-\pi/6 + 2k\pi/3$

7. Data $f(x) = \cos((x-1)^{4/3})$. Allora $f'(1)$ è uguale a

A: 0 B: e^3 C: N.A. D: 1 E: -1

8. I punti di flesso di $f(x) = \log(1+x^2)$ sono

A: $x = k$, $k = 0, 1, \dots, 22$ B: $x = -1$ C: N.A. D: $x = \pm 1$ E: N.E.

9. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : \cos(\log(x)) > \frac{1}{2}\}$$

valgono

A: $\{\pi, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ B: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{0, N.E., e\pi, N.E.\}$ E: $\{0, 0, \pi, \pi\}$

10. Data $f(x) = \log_3(x^2)$. Allora $f'(2)$ vale

A: 0 B: $\frac{1}{\log(3)}$ C: $\frac{3}{\log_3(4)}$ D: $\frac{3}{\log(4)}$ E: N.A.

CODICE=976963

CODICE=976963

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

4 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=778067

PARTE A

1. Data $f(x) = \cos((x-1)^{4/3})$. Allora $f'(1)$ è uguale a
A: e^3 B: N.A. C: -1 D: 0 E: 1

2. L'integrale

$$\int_1^e \log(x) dx$$

vale

- A: N.A. B: $5/2$ C: 0 D: $\sqrt{2}$ E: $3/2$

3. L'integrale

$$\int_b^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$$

vale

- A: N.E. B: π C: N.A. D: $\pi/2 + \arctan(b)$ E: $\pi/2 - b$

4. La funzione $f(x) = \begin{cases} \sin(x \log(x)) + 1 & \text{per } x > 0 \\ x + c & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua per c uguale a
A: $c = 0$ B: $c = \pm 1$ C: $c = 1$ D: N.E. E: N.A.

5. Data la funzione $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ definita per $x \in \mathbb{R}$. Il numero di intervalli in cui è crescente è

- A: 0 B: 3 C: N.A. D: 4 E: 2

6. Data $f(x) = \log_3(x^2)$. Allora $f'(2)$ vale

- A: $\frac{3}{\log_3(4)}$ B: $\frac{3}{\log(4)}$ C: $\frac{1}{\log(3)}$ D: N.A. E: 0

7. I punti di flesso di $f(x) = \log(1+x^2)$ sono

- A: N.E. B: N.A. C: $x = -1$ D: $x = \pm 1$ E: $x = k, k = 0, 1, \dots, 22$

8. Si ha

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\lambda x} - 1}{\sin(x)} = 0$$

per i valori del parametro λ tali che

- A: $\lambda = 0$ B: N.E. C: $\lambda \leq 0$ D: N.A. E: $\lambda = -2$

9. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : \cos(\log(x)) > \frac{1}{2}\}$$

valgono

- A: N.A. B: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: $\{\pi, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ D: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ E: $\{0, N.E., e\pi, N.E.\}$

10. L'argomento dei numeri complessi z tale che $z^3 = -i$ vale

- A: $\pi/6 + 2k\pi/3$ B: $\pi/6 + 4k\pi/3$ C: $\pi/3$ D: N.A. E: $-\pi/6 + 2k\pi/3$

CODICE=778067

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

4 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=523861

PARTE A

1. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : \cos(\log(x)) > \frac{1}{2}\}$$

valgono

A: N.A. B: $\{0, N.E., e\pi, N.E.\}$ C: $\{\pi, N.E., 2\pi, 2\pi\}$ D: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ E: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$

2. Si ha

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\lambda x} - 1}{\sin(x)} = 0$$

per i valori del parametro λ tali che

A: $\lambda = 0$ B: $\lambda \leq 0$ C: N.E. D: N.A. E: $\lambda = -2$

3. L'argomento dei numeri complessi z tale che $z^3 = -i$ vale

A: $\pi/3$ B: $\pi/6 + 4k\pi/3$ C: N.A. D: $\pi/6 + 2k\pi/3$ E: $-\pi/6 + 2k\pi/3$

4. Data la funzione $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ definita per $x \in \mathbb{R}$. Il numero di intervalli in cui è crescente è

A: 4 B: N.A. C: 0 D: 2 E: 3

5. L'integrale

$$\int_b^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$$

vale

A: N.E. B: $\pi/2 + \arctan(b)$ C: N.A. D: π E: $\pi/2 - b$

6. Data $f(x) = \log_3(x^2)$. Allora $f'(2)$ vale

A: 0 B: $\frac{3}{\log(4)}$ C: $\frac{1}{\log(3)}$ D: $\frac{3}{\log_3(4)}$ E: N.A.

7. L'integrale

$$\int_1^e \log(x) dx$$

vale

A: $3/2$ B: N.A. C: $5/2$ D: 0 E: $\sqrt{2}$

8. La funzione $f(x) = \begin{cases} \sin(x \log(x)) + 1 & \text{per } x > 0 \\ x + c & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua per c uguale a

A: N.A. B: $c = 0$ C: $c = 1$ D: N.E. E: $c = \pm 1$

9. I punti di flesso di $f(x) = \log(1 + x^2)$ sono

A: N.E. B: N.A. C: $x = \pm 1$ D: $x = k, k = 0, 1, \dots, 22$ E: $x = -1$

10. Data $f(x) = \cos((x-1)^{4/3})$. Allora $f'(1)$ è uguale a

A: -1 B: e^3 C: 0 D: 1 E: N.A.

CODICE=523861

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

4 giugno 2024

- Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.
- Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.
- Non si possono consultare libri, manuali, appunti.
- Non si possono usare calcolatrici, computer, dispositivi connessi alla rete.
- Consegnare solo il foglio risposte.
- Le risposte valide sono **SOLO** quelle segnate sul foglio che si consegna.
- Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.
- N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"
- Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.
- Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".
- Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere **CHIARAMENTE** e **INEQUIVOCABILMENTE** la risposta corretta a destra della linea stessa.

CODICE=130222

PARTE A

1. L'integrale

$$\int_b^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$$

vale

A: π B: N.E. C: N.A. D: $\pi/2 + \arctan(b)$ E: $\pi/2 - b$

2. Data $f(x) = \cos((x-1)^{4/3})$. Allora $f'(1)$ è uguale a

A: e^3 B: N.A. C: 0 D: 1 E: -1

3. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x > 0 : \cos(\log(x)) > \frac{1}{2}\}$$

valgono

A: $\{0, N.E., e\pi, N.E.\}$ B: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{0, 0, \pi, \pi\}$ E: $\{\pi, N.E., 2\pi, 2\pi\}$

4. L'integrale

$$\int_1^e \log(x) dx$$

vale

A: $5/2$ B: $\sqrt{2}$ C: N.A. D: $3/2$ E: 0

5. I punti di flesso di $f(x) = \log(1+x^2)$ sono

A: N.E. B: N.A. C: $x = -1$ D: $x = \pm 1$ E: $x = k, k = 0, 1, \dots, 22$

6. L'argomento dei numeri complessi z tale che $z^3 = -i$ vale

A: $\pi/6 + 2k\pi/3$ B: $-\pi/6 + 2k\pi/3$ C: $\pi/6 + 4k\pi/3$ D: N.A. E: $\pi/3$

7. Si ha

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\lambda x} - 1}{\sin(x)} = 0$$

per i valori del parametro λ tali che

A: $\lambda \leq 0$ B: N.E. C: $\lambda = 0$ D: $\lambda = -2$ E: N.A.

8. La funzione $f(x) = \begin{cases} \sin(x \log(x)) + 1 & \text{per } x > 0 \\ x + c & \text{per } x \leq 0 \end{cases}$ è continua per c uguale a

A: $c = 1$ B: N.E. C: $c = 0$ D: N.A. E: $c = \pm 1$

9. Data $f(x) = \log_3(x^2)$. Allora $f'(2)$ vale

A: N.A. B: $\frac{1}{\log(3)}$ C: 0 D: $\frac{3}{\log(4)}$ E: $\frac{3}{\log_3(4)}$

10. Data la funzione $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ definita per $x \in \mathbb{R}$. Il numero di intervalli in cui è crescente è

A: 4 B: 0 C: 2 D: N.A. E: 3

CODICE=130222

CODICE=130222

CODICE=976963

CODICE=778067

CODICE=523861

CODICE=130222

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

4 giugno 2024

PARTE B

1 Studiare, al variare di $\lambda > 0$, la funzione

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda x - 1} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{1/\lambda\},$$

determinando, massimi e minimi locali e assoluti e intervalli di convessità.

Soluzione. Intanto osserviamo che agli estremi del dominio $D = \mathbb{R} \setminus \{1/\lambda\}$, valgono i seguenti limiti, indipendentemente dal valore di λ :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1/\lambda^-} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1/\lambda^+} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0.$$

La funzione risulta derivabile infinite volte per $x \in D$ e si ha

$$f'(x) = -e^{\lambda x} \frac{\lambda^2 x}{(\lambda x - 1)^2}.$$

Pertanto $f'(x) > 0$ per $x < 0$ e $f'(x) < 0$ per $x \in D \cap \{x > 0\}$. La funzione risulta crescente per $\{x : x < 0\}$ e decrescente per $\{x : 0 < x < 1/\lambda\} \cup \{x : x > 1/\lambda\}$. Si ha punto di massimo locale in $x_0 = 0$ e non esistono né massimo né minimo (assoluti).

Passando alla derivata seconda si ha

$$f''(x) = e^{-\lambda x} \lambda^2 \frac{1 + \lambda x^2}{(\lambda x - 1)^3}.$$

e quindi f è convessa per $x > 1/\lambda$ e concava per $x < 1/\lambda$.

2 Studiare la convergenza ed eventualmente calcolare

$$\int_1^2 \frac{\alpha}{\sqrt{x-1}} + \frac{\beta}{\sqrt[3]{2-x}} dx.$$

Soluzione. La funzione integranda non è limitata nell'intorno di $x = 1, 2$ e quindi bisogna studiare se l'integrale esiste in senso generalizzato. Osserviamo che

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}} \sim \frac{1}{|x-1|^{1/2}} \quad x \rightarrow 1$$
$$\frac{1}{\sqrt[3]{2-x}} dx \sim \frac{1}{|x-2|^{1/3}} \quad x \rightarrow 2$$

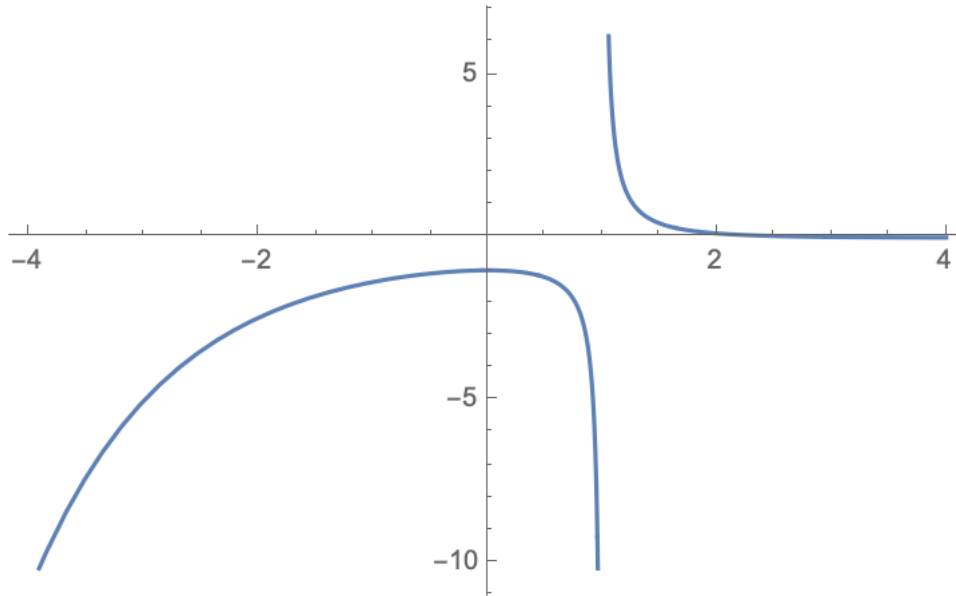


Figura 1: Grafico di $F(y) = \frac{e^{-y}}{y-1}$. Le proprietà di $f(x) = \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda x-1}$ seguono osservando che $y = \lambda x$.

e pertanto il criterio del confronto generalizzato ci assicura che entrambe le funzioni sono integrabili in senso improprio su $[1, 2]$. Calcolando le primitive si ha

$$\begin{aligned} & \lim_{a \rightarrow 1^+} \int_a^2 \frac{\alpha}{\sqrt{x-1}} + \lim_{1 \rightarrow 2^-} \int_1^b \frac{\beta}{\sqrt[3]{2-x}} dx \\ &= \alpha \lim_{a \rightarrow 1^+} (2 - 2\sqrt{a-1}) + \beta \lim_{1 \rightarrow 2^-} \frac{3}{2} (1 - (2-b)^{2/3}) = 2\alpha + \frac{3}{2}\beta. \end{aligned}$$

3 Risolvere, l'equazione differenziale

$$y'(x) + \frac{y(x)}{1+x^2} = e^{-\arctan(x)},$$

Soluzione. Si tratta di equazione del primo ordine il cui fattore integrante risulta essere $e^{A(x)} = e^{\arctan(x)}$, dato che $A'(x) = a(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

Si ha dunque

$$\frac{d}{dx} \left(y(x)e^{\arctan(x)} \right) = 1,$$

da cui $y(x)e^{\arctan(x)} = x + c$ e quindi

$$y(x) = xe^{-\arctan(x)} + ce^{-\arctan(x)}.$$

4 Dimostrare che

$$xy \leq \frac{x^4}{4} + \frac{y^{4/3}}{4/3} \quad x, y \geq 0$$

Sugg. Dividere entrambi i termini per x^4 e ricondursi a studio di funzione di una variabile

Soluzione. Nel caso in cui $x = 0$ la disuguaglianza vale per ogni $y \geq 0$. Se $x > 0$, dividendo per x^4 , si ha

$$\frac{y}{x^3} \leq \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \frac{y^{4/3}}{x^4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \left(\frac{y^{1/3}}{x} \right)^4 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \left(\frac{y}{x^3} \right)^{4/3}.$$

Pertanto ponendo $t = \frac{y}{x^3}$ ci riconduciamo a verificare se

$$t < \frac{1}{4} + \frac{3}{4}t^{4/3} \quad t \geq 0. \quad (1)$$

La funzione $\phi(t) = \frac{1}{4} - t + \frac{3}{4}t^{4/3}$ è tale che $\phi(0) = \frac{1}{4} > 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} \phi(t) = +\infty$ e

$$\phi'(t) = t^{1/3} - 1$$

si annulla solo per $t = 1$, dato che $\phi''(1) > 0$, risulta che $t = 1$ è punto di minimo (assoluto) e dato che $\phi(1) = 0$, si ha che $\phi(t) \geq 0$ che è equivalente alla (1).