Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=543664

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=543664

PARTE A

1. La funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(|x|)$ è

   A: surgettiva B: monotona crescente C: iniettiva D: N.A. E: sempre non negativa

2. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)(n+4)^{\alpha}}$$

   converge se e solo se

   A: $3 < \alpha < \pi$ B: $\alpha > -1$ C: N.A. D: $\alpha > 0$ E: $\alpha \geq 1$

3. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \log(x) > 1\}$$

   valgono

   A: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$ B: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$ C: N.A. D: $\{\mathrm{e}, N.E., 1, 1\}$ E: $\{\mathrm{e}, N.E., +\infty, N.E.\}$

4. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{i}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ sono

   A: $(1, 4\pi/3)$ B: $(1, -\pi/6)$ C: N.A. D: $(1, 5\pi/6)$ E: $(2, 5\pi/3)$

5. Il polinomio di Taylor di grado 2 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \mathrm{e}^{(x^2)}$ vale

   A: $1 + x^2$ B: 1 C: N.A. D: $1 + x + x^2$ E: $1 + \mathrm{e}\,x + \frac{\mathrm{e}^2}{2}x^2$

6. Data $f(x) = \sin(\pi x)$. Allora $f'(1/3)$ è uguale a

   A: N.A. B: -1 C: $\frac{\pi}{6}$ D: $\frac{\pi}{3}$ E: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. La funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{per } x < 0 \\ \sin(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

   A: è derivabile, ma non continua. B: N.A. C: è continua, ma non derivabile. D: non è né continua né derivabile. E: è continua e derivabile.

8. Una primitiva della funzione $x(t) = t\log(t)$ è

   A: $\sin(t) - t\cos(t) + \sqrt{\pi}$ B: $-\frac{t^2}{2}\cos(t)$ C: $\sin(t) + \log(\cos(t)) - 1$ D: $\sin(t) + t\cos(t)$
   E: N.A.

9. Il limite

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x\,\mathrm{e}^{2(x+1)}}{\mathrm{e}^{3x}}$$

   vale

   A: $-\infty$ B: N.A. C: N.E. D: 1 E: 0

10. L'integrale

$$\int_{-1}^{3} |x^3|\,dx$$

   vale

   A: 20 B: N.A. C: 0 D: $\frac{41}{2}$ E: $\frac{\sqrt{\pi}-1}{2}$

CODICE=543664

CODICE=543664

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=893166

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=893166

PARTE A

1. Data $f(x) = \sin(\pi x)$. Allora $f'(1/3)$ è uguale a

   A: $\frac{\pi}{3}$ B: $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C: $\frac{\pi}{6}$ D: N.A. E: -1

2. Il polinomio di Taylor di grado 2 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \mathrm{e}^{(x^2)}$ vale

   A: $1 + x^2$ B: $1 + x + x^2$ C: N.A. D: 1 E: $1 + \mathrm{e}\, x + \frac{\mathrm{e}^2}{2} x^2$

3. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{i}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ sono

   A: N.A. B: $(1, 4\pi/3)$ C: $(2, 5\pi/3)$ D: $(1, 5\pi/6)$ E: $(1, -\pi/6)$

4. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \log(x) > 1\}$$

   valgono

   A: $\{\mathrm{e}, N.E., 1, 1\}$ B: N.A. C: $\{\mathrm{e}, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$ E: $\{1, 1, +\infty, N.E.\}$

5. Il limite

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{x\,\mathrm{e}^{2(x+1)}}{\mathrm{e}^{3x}}$$

   vale

   A: N.A. B: $-\infty$ C: 1 D: 0 E: N.E.

6. L'integrale

$$\int_{-1}^{3} |x^3|\, dx$$

   vale

   A: N.A. B: $\frac{41}{2}$ C: 20 D: 0 E: $\frac{\sqrt{\pi}-1}{2}$

7. La funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{per } x < 0 \\ \sin(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

   A: è continua, ma non derivabile. B: non è né continua né derivabile. C: N.A. D: è derivabile, ma non continua. E: è continua e derivabile.

8. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(|x|)$ è

   A: monotona crescente B: surgettiva C: iniettiva D: N.A. E: sempre non negativa

9. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)(n+4)^{\alpha}}$$

   converge se e solo se

   A: $\alpha > 0$ B: N.A. C: $3 < \alpha < \pi$ D: $\alpha > -1$ E: $\alpha \geq 1$

10. Una primitiva della funzione $x(t) = t\log(t)$ è

    A: $\sin(t) - t\cos(t) + \sqrt{\pi}$ B: N.A. C: $\sin(t) + t\cos(t)$ D: $-\frac{t^2}{2}\cos(t)$ E: $\sin(t) + \log(\cos(t)) - 1$

CODICE=893166

CODICE=893166

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=054010

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=054010

PARTE A

1. La funzione $f:\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(|x|)$ è

   A: surgettiva B: iniettiva C: monotona crescente D: N.A. E: sempre non negativa

2. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=-1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)^{\alpha}}$$

   converge se e solo se

   A: $3 < \alpha < \pi$ B: $\alpha > 0$ C: N.A. D: $\alpha \geq 1$ E: $\alpha > -1$

3. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{i}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ sono

   A: $(1, 4\pi/3)$ B: $(1, -\pi/6)$ C: $(1, 5\pi/6)$ D: N.A. E: $(2, 5\pi/3)$

4. Il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x\,\mathrm{e}^{2(x+1)}}{\mathrm{e}^{3x}}$$

   vale

   A: $-\infty$ B: N.A. C: 1 D: 0 E: N.E.

5. Data $f(x) = \sin(\pi x)$. Allora $f'(1/3)$ è uguale a

   A: $\frac{\pi}{6}$ B: -1 C: N.A. D: $\frac{\pi}{2}$ E: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \log(x) \geq 1\}$$

   valgono

   A: $\{\mathrm{e}, N.E., 1, 1\}$ B: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$ C: $\{\mathrm{e}, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{\mathrm{e}, \mathrm{e}, +\infty, N.E.\}$
   E: N.A.

7. L'integrale

$$\int_{-1}^{3} |x|^3\, dx$$

   vale

   A: N.A. B: $\frac{\sqrt{\pi}-1}{2}$ C: 0 D: 41 E: 20

8. Il polinomio di Taylor di grado 2 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \mathrm{e}^{(x^3)}$ vale

   A: $1 + \mathrm{e}\,x + \frac{\mathrm{e}^2}{2}x^2$ B: $1 + x + x^2$ C: N.A. D: $1 + x^2$ E: 1

9. La funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & \text{per } x < 0 \\ \sin(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

   A: è derivabile, ma non continua. B: è continua e derivabile. C: N.A. D: è continua, ma non derivabile. E: non è né continua né derivabile.

10. Una primitiva della funzione $x(t) = t\sin(t)$ è

    A: $\sin(t) + t\cos(t)$ B: N.A. C: $\sin(t) + \log(\cos(t)) - 1$ D: $\sin(t) - t\cos(t) + \sqrt{\pi}$ E: $-\frac{t^2}{2}\cos(t)$

CODICE=054010

CODICE=054010

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=200566

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=200566

PARTE A

1. La funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & \text{per } x < 0 \\ \\ \sin(x) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$

   A: N.A. B: è continua, ma non derivabile. C: è continua e derivabile. D: non è né continua né derivabile. E: è derivabile, ma non continua.

2. L'integrale

$$\int_{-1}^{3} |x|^3 \, dx$$

   vale

   A: 0 B: $\frac{\sqrt{\pi}-1}{2}$ C: 20 D: N.A. E: 41

3. Data $f(x) = \sin(\pi x)$. Allora $f'(1/3)$ è uguale a

   A: -1 B: $\frac{\pi}{2}$ C: $\frac{\pi}{6}$ D: N.A. E: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. Il polinomio di Taylor di grado 2 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \mathrm{e}^{(x^3)}$ vale

   A: $1 + \mathrm{e}\, x + \frac{\mathrm{e}^2}{2} x^2$ B: N.A. C: $1 + x + x^2$ D: $1 + x^2$ E: 1

5. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sin(|x|)$ è

   A: iniettiva B: sempre non negativa C: N.A. D: surgettiva E: monotona crescente

6. La serie a termini non-negativi

$$\sum_{n=-1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)^{\alpha}}$$

   converge se e solo se

   A: $\alpha \geq 1$ B: $\alpha > -1$ C: N.A. D: $\alpha > 0$ E: $3 < \alpha < \pi$

7. Modulo e argomento del numero complesso $z = \frac{i}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ sono

   A: $(1, -\pi/6)$ B: $(1, 4\pi/3)$ C: N.A. D: $(1, 5\pi/6)$ E: $(2, 5\pi/3)$

8. Il limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x\, \mathrm{e}^{2(x+1)}}{\mathrm{e}^{3x}}$$

   vale

   A: N.A. B: $-\infty$ C: 0 D: N.E. E: 1

9. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \log(x) \geq 1\}$$

   valgono

   A: $\{\mathrm{e}, N.E., 1, 1\}$ B: $\{\mathrm{e}, \mathrm{e}, +\infty, N.E.\}$ C: $\{\mathrm{e}, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: N.A. E: $\{0, 0, +\infty, N.E.\}$

10. Una primitiva della funzione $x(t) = t \sin(t)$ è

    A: N.A. B: $\sin(t) - t\cos(t) + \sqrt{\pi}$ C: $\sin(t) + \log(\cos(t)) - 1$ D: $\sin(t) + t\cos(t)$ E: $-\frac{t^2}{2}\cos(t)$

CODICE=200566

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	●	○	○	○
3	○	○	○	○	●
4	○	○	○	●	○
5	●	○	○	○	○
6	●	○	○	○	○
7	○	○	○	○	●
8	○	○	○	○	●
9	●	○	○	○	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=543664

CODICE=543664

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	●	○	○	○	○
3	○	○	○	●	○
4	○	○	●	○	○
5	○	●	○	○	○
6	○	●	○	○	○
7	○	○	○	○	●
8	○	○	○	●	○
9	○	○	○	●	○
10	○	●	○	○	○

CODICE=893166

CODICE=893166

CODICE=200566

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	●	○
2	○	●	○	○	○
3	○	○	○	●	○
4	○	○	○	●	○
5	○	○	○	●	○
6	○	○	○	●	○
7	●	○	○	○	○
8	○	○	○	○	●
9	○	○	○	●	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=054010

CODICE=054010

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	○	○	●	○
3	○	●	○	○	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	●	○	○
6	○	○	○	●	○
7	○	○	●	○	○
8	○	○	●	○	○
9	○	●	○	○	○
10	○	●	○	○	○

CODICE=200566

CODICE=200566

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=998289

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

A B C D E F

1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=998289

PARTE A

1. Una primitiva della funzione $x(t) = \sin(t)\cos(t)$ è

   A: $\sin(2t)$ B: N.A. C: $1 + \frac{\cos^2(t)}{2}$ D: $1 + \sin(t) + (\cos(t))$ E: $2 - \frac{t^2}{2}\cos(t)$

2. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} x^2 \sin(1/x^2)$$
   vale

   A: $-\infty$ B: N.E. C: 1 D: 0 E: N.A.

3. La serie geometrica
$$\sum_{n=0}^{\infty}(1+q)^n$$
   converge per

   A: $0 < q < 2$ B: $-2 < q < 0$ C: $0 < q < 1$ D: N.A. E: $|q| < 1$

4. Se $z \in \mathbb{C}$ è tale che $z^2 = i$ allora l'argomento di z è uguale a

   A: N.A. B: 0 o π C: 1 o $\pi/2$ D: 1 o $\pi/3$ E: $\pi/4$ o $5\pi/4$

5. Data $f(x) = \log(\sin(x))$. Allora $f'(\pi/2)$ è uguale a

   A: $\frac{\pi}{6}$ B: -1 C: N.A. D: $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E: 0

6. Il polinomio di Taylor di grado 4 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \cos(x^2)$ vale

   A: $1 - \frac{x^4}{2}$ B: $2x - \frac{4}{3}x^3$ C: $1 + \cos(x)\frac{x^4}{4!}$ D: $1 + x$ E: N.A.

7. La funzione
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{per } x < 0 \\ \cos(bx) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$$
   risulta continua e derivabile in $x_0 = 0$ scegliendo (a, b) uguali a

   A: N.A. B: N.E. C: $(1/4, \pi/2)$ D: $(1, \pi)$ E: $(0, 1)$

8. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{x \in \mathbb{R} : |\log(x)| \leq 1\}$$
   valgono

   A: N.A. B: $\{-1/\mathrm{e}, -1/\mathrm{e}, \mathrm{e}, \mathrm{e}\}$ C: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ D: $\{0, N.E., \mathrm{e}, N.E.\}$ E: $\{1/\mathrm{e}, N.E., 1, 1\}$

9. L'integrale
$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cos(x)\,dx$$
   vale

   A: $1 - \sqrt{2}/2$ B: N.A. C: 0 D: $1 + \sqrt{2}/2$ E: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^3 - x^2$ è

    A: N.A. B: iniettiva C: sempre non negativa D: surgettiva E: monotona crescente

CODICE=998289

CODICE=998289

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=080241

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

A	B	C	D	E	F

1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=080241

PARTE A

1. L'integrale
$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cos(x)\,dx$$
vale
A: $1-\sqrt{2}/2$ B: N.A.   C: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D: 0   E: $1+\sqrt{2}/2$

2. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} x^2 \sin(1/x^2)$$
vale
A: 1   B: 0   C: N.A.   D: $-\infty$ E: N.E.

3. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A = \{x \in \mathbb{R} : |\log(x)| \le 1\}$$
valgono
A: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{1/\mathrm{e}, N.E., 1, 1\}$ C: $\{-1/\mathrm{e}, -1/\mathrm{e}, \mathrm{e}, \mathrm{e}\}$ D: N.A.   E: $\{0, N.E., \mathrm{e}, N.E.\}$

4. La funzione
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - a & \text{per } x < 0 \\ \cos(bx) & \text{per } x \ge 0 \end{cases}$$
risulta continua e derivabile in $x_0 = 0$ scegliendo (a, b) uguali a
A: $(1/4, \pi/2)$ B: $(1, \pi)$ C: N.A.   D: $(0, 1)$ E: N.E.

5. Il polinomio di Taylor di grado 4 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \cos(x^2)$ vale
A: $2x - \frac{4}{3}x^3$ B: $1 + x$ C: $1 - \frac{x^4}{2}$ D: N.A.   E: $1 + \cos(x)\frac{x^4}{4!}$

6. Data $f(x) = \log(\sin(x))$. Allora $f'(\pi/2)$ è uguale a
A: $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B: N.A.   C: $\frac{\pi}{6}$ D: 0   E: -1

7. Una primitiva della funzione $x(t) = \sin(t)\cos(t)$ è
A: N.A.   B: $2 - \frac{t^2}{2}\cos(t)$ C: $1 + \frac{\cos^2(t)}{2}$ D: $\sin(2t)$ E: $1 + \sin(t) + (\cos(t))$

8. Se $z \in \mathbb{C}$ è tale che $z^2 = i$ allora l'argomento di z è uguale a
A: 1 o $\pi/2$ B: N.A.   C: $\pi/4$ o $5\pi/4$ D: 1 o $\pi/3$ E: 0 o π

9. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^3 - x^2$ è
A: N.A.   B: sempre non negativa   C: iniettiva   D: monotona crescente   E: surgettiva

10. La serie geometrica
$$\sum_{n=0}^{\infty} (1+q)^n$$
converge per
A: $-2 < q < 0$ B: $|q| < 1$ C: N.A.   D: $0 < q < 2$ E: $0 < q < 1$

CODICE=080241

CODICE=080241

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=043492

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	◯	◯	◯	◯	◯
2	◯	◯	◯	◯	◯
3	◯	◯	◯	◯	◯
4	◯	◯	◯	◯	◯
5	◯	◯	◯	◯	◯
6	◯	◯	◯	◯	◯
7	◯	◯	◯	◯	◯
8	◯	◯	◯	◯	◯
9	◯	◯	◯	◯	◯
10	◯	◯	◯	◯	◯

CODICE=043492

PARTE A

1. L'integrale
$$\int_0^{\pi/4} \cos(x)\, dx$$
vale
A: $1-\sqrt{2}/2$ B: N.A. C: $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ D: 0 E: $\sqrt{2}/2$

2. La serie geometrica
$$\sum_{n=0}^{\infty}(1-q)^n$$
converge per
A: $-2<q<0$ B: N.A. C: $0<q<1$ D: $0<q<2$ E: $|q|<1$

3. Inf, min, sup e max dell'insieme
$$A=\{x\in\mathbb{R} : |\log(x)|<1\}$$
valgono
A: N.A. B: $\{-1/\mathrm{e}, -1/\mathrm{e}, \mathrm{e}, \mathrm{e}\}$ C: $\{1/\mathrm{e}, N.E., 1, 1\}$ D: $\{0, N.E., \mathrm{e}, N.E.\}$ E: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$

4. Il polinomio di Taylor di grado 4 relativo al punto $x_0=0$ della funzione $f(x)=\sin(2x)$ vale
A: $1-\frac{x^2}{2}$ B: N.A. C: $2x-\frac{4}{3}x^3$ D: $1+\cos(x)\frac{x^4}{4!}$ E: $1+x$

5. Se $z\in\mathbb{C}$ è tale che $z^2=i$ allora l'argomento di z è uguale a
A: N.A. B: 0 o π C: $\pi/4$ o $3\pi/4$ D: 1 o $\pi/2$ E: 1 o $\pi/3$

6. Il limite
$$\lim_{x\to+\infty} x\sin(1/x^2)$$
vale
A: $-\infty$ B: 0 C: N.A. D: 1 E: N.E.

7. Una primitiva della funzione $x(t)=\sin(t)\cos(t)$ è
A: $2-\frac{t^2}{2}\cos(t)$ B: $1+\frac{\cos^2(t)}{2}$ C: N.A. D: $1+\sin(t)+(\cos(t))$ E: $\sin(2t)$

8. La funzione
$$f(x)=\begin{cases} x^2+a & \text{per } x<0 \\ \cos(bx) & \text{per } x\geq 0 \end{cases}$$
risulta continua e derivabile in $x_0=0$ scegliendo (a,b) uguali a
A: N.E. B: $(0,1)$ C: $(1/4,\pi/2)$ D: N.A. E: $(-1,\pi)$

9. La funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=x^3+x^2$ è
A: iniettiva B: surgettiva C: N.A. D: sempre non negativa E: monotona crescente

10. Data $f(x)=\log(\sin(x))$. Allora $f'(\pi/4)$ è uguale a
A: N.A. B: $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C: 0 D: -1 E: $\frac{\pi}{6}$

CODICE=043492

CODICE=043492

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

- **Scrivere subito nome e cognome e matricola sul foglio risposte e preparare il libretto sul banco per il controllo.**
- **Tempo 30 minuti. Durante la prova non si può uscire dall'aula.**
- **Non si possono consultare libri, appunti, manuali.**
- **Non si possono usare calcolatrici, computer di ogni genere o telefoni cellulari.**
- **Consegnare solo il foglio risposte.**
- **Le risposte valide sono SOLO quelle segnate sul foglio che si consegna.**
- **Ogni domanda ha una e una sola risposta giusta.**
- **N.A. significa "nessuna delle altre", mentre N.E. significa "non esiste"**
- **Non usare matite e/o penne rosse sul foglio risposte.**
- **Indicare la risposta nell'apposita maschera con una "X".**
- **Per effettuare correzioni, barrare tutta la linea e scrivere CHIARAMENTE e INEQUIVOCABILMENTE la risposta corretta a destra della linea stessa.**

CODICE=382497

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○
9	○	○	○	○	○
10	○	○	○	○	○

CODICE=382497

PARTE A

1. Data $f(x) = \log(\sin(x))$. Allora $f'(\pi/4)$ è uguale a

   A: -1 B: N.A. C: $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D: $\frac{\pi}{6}$ E: 0

2. La funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & \text{per } x < 0 \\ \cos(bx) & \text{per } x \geq 0 \end{cases}$$

   risulta continua e derivabile in $x_0 = 0$ scegliendo (a, b) uguali a

   A: N.A. B: $(1/4, \pi/2)$ C: N.E. D: $(0, 1)$ E: $(-1, \pi)$

3. Il polinomio di Taylor di grado 4 relativo al punto $x_0 = 0$ della funzione $f(x) = \sin(2x)$ vale

   A: $1 + \cos(x)\frac{x^4}{4!}$ B: $1 + x$ C: $2x - \frac{4}{3}x^3$ D: $1 - \frac{x^2}{2}$ E: N.A.

4. Se $z \in \mathbb{C}$ è tale che $z^2 = i$ allora l'argomento di z è uguale a

   A: 1 o $\pi/2$ B: $\pi/4$ o $3\pi/4$ C: 0 o π D: N.A. E: 1 o $\pi/3$

5. Una primitiva della funzione $x(t) = \sin(t)\cos(t)$ è

   A: $2 - \frac{t^2}{2}\cos(t)$ B: $\sin(2t)$ C: $1 + \sin(t) + (\cos(t))$ D: N.A. E: $1 + \frac{\cos^2(t)}{2}$

6. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^3 + x^2$ è

   A: N.A. B: monotona crescente C: iniettiva D: sempre non negativa E: surgettiva

7. La serie geometrica

$$\sum_{n=0}^{\infty}(1-q)^n$$

   converge per

   A: $0 < q < 2$ B: $|q| < 1$ C: $-2 < q < 0$ D: N.A. E: $0 < q < 1$

8. Il limite

$$\lim_{x \to +\infty} x \sin(1/x^2)$$

   vale

   A: $-\infty$ B: 0 C: 1 D: N.E. E: N.A.

9. Inf, min, sup e max dell'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |\log(x)| < 1\}$$

   valgono

   A: $\{0, N.E., +\infty, N.E.\}$ B: $\{1/\mathrm{e}, N.E., 1, 1\}$ C: N.A. D: $\{-1/\mathrm{e}, -1/\mathrm{e}, \mathrm{e}, \mathrm{e}\}$ E: $\{0, N.E., \mathrm{e}, N.E.\}$

10. L'integrale

$$\int_0^{\pi/4} \cos(x)\, dx$$

   vale

   A: $\sqrt{2}/2$ B: $1 - \sqrt{2}/2$ C: N.A. D: 0 E: $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

CODICE=382497

CODICE=382497

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

A B C D E F

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	○	○	●	○	○
3	○	●	○	○	○
4	○	○	○	○	●
5	○	○	○	○	●
6	●	○	○	○	○
7	●	○	○	○	○
8	●	○	○	○	○
9	●	○	○	○	○
10	○	○	○	●	○

CODICE=998289

CODICE=998289

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

A B C D E F

1	●	○	○	○	○
2	●	○	○	○	○
3	○	○	○	●	○
4	○	○	●	○	○
5	○	○	●	○	○
6	○	○	○	●	○
7	●	○	○	○	○
8	○	○	●	○	○
9	○	○	○	○	●
10	●	○	○	○	○

CODICE=080241

CODICE=080241

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	○	○	○	●
2	○	○	○	●	○
3	●	○	○	○	○
4	○	○	●	○	○
5	●	○	○	○	○
6	○	●	○	○	○
7	○	○	●	○	○
8	○	○	○	●	○
9	○	●	○	○	○
10	●	○	○	○	○

CODICE=043492

CODICE=043492

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

(Cognome) (Nome) (Numero di matricola)

	A	B	C	D	E
1	○	●	○	○	○
2	●	○	○	○	○
3	○	○	●	○	○
4	○	○	○	●	○
5	○	○	○	●	○
6	○	○	○	○	●
7	●	○	○	○	○
8	○	●	○	○	○
9	○	○	●	○	○
10	●	○	○	○	○

CODICE=382497

CODICE=382497

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Prova di Analisi Matematica 1

13 febbraio 2024

1 Determinare per quali $\lambda > 0$ la funzione

$$f(x) = \lambda x + \mathrm{e}^{-x^2} \qquad x \in [0, +\infty[$$

ha punti di massimo e minimo relativo e/o assoluto.

Soluzione. La funzione in questione è continua e derivabile infinite volte nel dominio di definizione. Osserviamo inoltre che per ogni $\lambda > 0$ si ha $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, e quindi il massimo non esiste mai. Calcolando la derivata prima otteniamo

$$f'(x) = \lambda - 2\mathrm{e}^{-x^2}x,$$

e dato che $f'_+(0) = \lambda > 0$, ed essendo anche la derivata una funzione continua si ha che $f' > 0$ in un'intorno destro di zero. La funzione è quindi crescente strettamente in un intorno destro di $x_0 = 0$ che risulta punto di minimo, almeno locale. Per cercare altri punti di massimo o minimo interni cerchiamo dove la la derivata si annulla. Studiamo se l'equazione $\lambda = 2x\mathrm{e}^{-x^2}$ ammette soluzioni per $x > 0$. Pertanto occorre studiare la funzione $g(x) = 2\mathrm{e}^{-x^2}x$ e caratterizarne l'immagine.

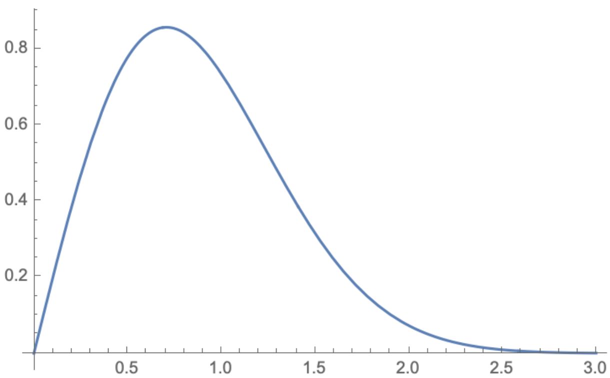

Figura 1: Grafico di $g(x) = 2x\mathrm{e}^{x^2}$ per $x > 0$.

La funzione g è positiva per $x > 0$ e agli estremi del dominio si ha

$$\lim_{x\to 0} g(x) = 0 \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to+\infty} g(x) = 0.$$

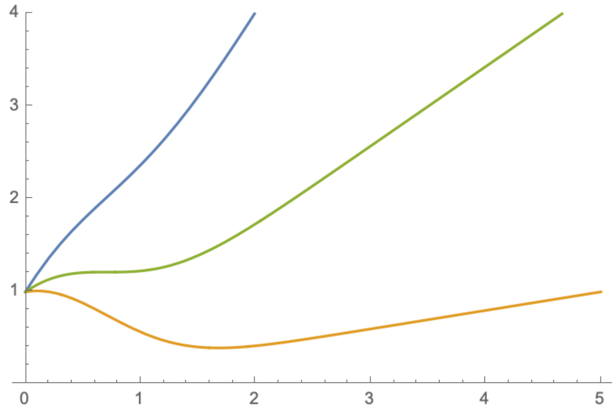

Figura 2: Grafico di $f(x)$ per λ maggiore, uguale, o minore di $\sqrt{2/\mathrm{e}}$.

Inoltre

$$g'(x) = \mathrm{e}^{-x^2}\left(4x^2 - 2\right)$$

che si annulla (per $x > 0$) solo per $x = \overline{x} := \frac{1}{\sqrt{2}}$ e $g' < 0$ per $0 < x < \overline{x}$ e $g' > 0$ per $x > \overline{x}$. La funzione g ha quindi massimo per $x = \overline{x}$ e $g(\overline{x}) = \sqrt{\frac{2}{\mathrm{e}}}$.

Da questo si ricave che,per $x > 0$ l'equazione $g(x) = \lambda$ ha due soluzioni per $\lambda \in]0, \sqrt{2/\mathrm{e}}[$, una per $\lambda = \sqrt{2/\mathrm{e}}$ e nessuna per $\lambda > \sqrt{2/\mathrm{e}}$.

Pertanto per $\lambda \in]0, \sqrt{2/\mathrm{e}}[$ la derivata prima di f si annulla due volte cambiando segno: Ci sono pertanto un punto di minimo e uno di massimo locale interni. Per $\lambda = \sqrt{2/\mathrm{e}}$ la derivata si annulla in un punto ma è positiva in tutto il resto del dominio e la funzione risulta strettamente crescente, così come accade anche per anche per $\lambda > \sqrt{2/\mathrm{e}}$. Per $\lambda \geq \sqrt{2/\mathrm{e}}$ $x_0 = 0$ è quindi unico punto di minimo assoluto.

2 Determinare l'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\log(n)}{1+n^2}(x-1)^n.$$

Soluzione. Determiniamo intanto il raggio di convergenza calcolando il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\left|\frac{n\log(n)}{1+n^2}\right|} = \lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{n\log(n)}{1+n^2}} = 1,$$

come deriva dai limiti notevoli e in particolare dal fatto che $\sqrt[n]{\log(2)} \leq \sqrt[n]{\log(n)}\,\sqrt[n]{n}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Si ha quindi che il raggio di convergenza vale $R = 1$ e la serie converge assolutamente per $|x-1| < 1$, cioè per $x \in]0, 2[$. La serie non converge per $|x-1| > 1$, mentre per $|x-1| = 1$, cioè per $x = 0, 2$ si devono studiare le seguenti serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\log(n)}{1+n^2}(-1)^n \qquad \text{e} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\log(n)}{1+n^2}.$$

La prima è una serie a segni alterni per cui vale il criterio di Leibniz. Infatti la successione $a_n = \frac{n\log(n)}{1+n^2} \geq 0$ è infinitesima e per verificare che è (almeno definitivamente) decrescente, studiamo la funzione $f(x) = \frac{x\log(x)}{1+x^2}$, in modo che $a_n = f(n)$. La derivata $f'(x) = \frac{x^2(1-\log(x))+\log(x)+1}{(x^2+1)^2}$ è definitivamente negativa dato che il numeratore tende a meno infinito per $x \to +\infty$. Essendo quindi f decrescente per $x \in \mathbb{R}^+$ grande, allora anche a_n è decrescente per tutti gli $n \in \mathbb{N}$ sufficientemente grandi.

La seconda serie invece è a segno costante e diverge dato che

$$\frac{n\log(n)}{1+n^2} \sim \frac{\log(n)}{n} > \frac{\log(2)}{n}.$$

3 Risolvere l'equazione differenziale

$$y^{(3)}(x) - y^{(1)}(x) = \cos(x).$$

Soluzione: L'equazione omogenea associata $Y^{(3)}(x) - Y^{(1)}(x) = 0$ ha equazione caratteristica $\lambda^3 - \lambda = 0$ che ha come soluzioni $\lambda = 0, +1, -1$. Pertanto le soluzioni dell'omogenea associata sono

$$Y(x) = c_1 + c_2 \mathrm{e}^x + c_3 \mathrm{e}^{-x}, \quad c_i \in \mathbb{R}.$$

Cerchiamo la soluzione particolare della forma $y_f(x) = a\cos(x) + b\sin(x)$ (dato che non c'è risonanza) che risulta essere $y_f(x) = -\frac{\sin(x)}{2}$.

Quindi integrale generale è

$$y(x) = c_1 + c_2 \mathrm{e}^x + c_3 \mathrm{e}^{-x} - \frac{\sin(x)}{2}, \quad c_i \in \mathbb{R}.$$

4 Sia $\{a_n\}$ una successione reale a termini positivi. Discutere la valdità delle seguenti implicazioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \infty \quad \longleftrightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 < \infty$$

Eventualmente discutere anche il caso in cui $\{a_n\}$ non è a segno costante.

Soluzione: Se $0 \leq a_n$ e $\sum a_n < \infty$, allora $a_n \to 0$ per $n \to +\infty$ e quindi definitivamente $a_n < 1$. Si ha quindi che (almeno definitivamente) quindi $a_n^2 = a_n a_n \leq a_n$ e possiamo applicare teorema del confronto per dire che $\sum a_n^2 < \infty$.

Viceversa se $\sum a_n^2 < \infty$ non è detto che $\sum a_n < \infty$, come si vede dall'esempio $a_n = 1/n$.

Nel caso a segno non costante è falsa anche la prima implicazione, basta infatti considerare $a_n = -\frac{1}{\sqrt{n}}$ e si ha

$$\sum a_n = -\infty < +\infty, \quad \text{mentre} \quad \sum a_n^2 = \sum \frac{1}{n} = +\infty.$$

Possiamo anche considerare una serie a segno non costante come $a_n = (-1)^n/\sqrt{n}$ che converge per Leibniz, ma

$$\sum a_n^2 = \sum \frac{1}{n} = +\infty.$$

$a_n^2 = 1/n$ che non converge.